

Удосконалення науково-методичного апарату щодо обґрунтування продовження строків придатності радіоелектронного обладнання повітряних суден

Improving Scientific Methodology for Substantiating Extended Service Life of Aircraft Radio-Electronic Equipment

Олег Радько^A

Corresponding author: кандидат технічних наук, доцент, старший науковий співробітник, професор кафедри авіації, e-mail: radlviv@ukr.net, ORCID ID: 0000-0002-6391-5713

Анатолій Салій^A

кандидат військових наук, професор, начальник інституту авіації та протиповітряної оборони, e-mail: a.salii@ed.nuou.org.ua, ORCID ID: 0000-0002-3491-9301

Богдан Семон^A

доктор технічних наук, професор, головний науковий співробітник навчально-методичного центру, e-mail: b.semon@ed.nuou.org.ua, ORCID ID: 0000-0002-7449-8214

Oleh Radko^A

Corresponding author: Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Senior Researcher, Professor of the Aviation Department, e-mail: radlviv@ukr.net, ORCID ID: 0000-0002-6391-5713

Anatolii Salii^A

Candidate of Military Sciences, Professor, Head of the Institute of Aviation and Air Defense, e-mail: a.salii@ed.nuou.org.ua, ORCID ID: 0000-0002-3491-9301

Bohdan Semon^A

Doctor of Technical Sciences, Professor, Chief Research Scientist of the Educational and Methodological Center, e-mail: b.semon@ed.nuou.org.ua, ORCID ID: 0000-0002-7449-8214

^A Національний університет оборони України, Київ, Україна

^A National Defence University of Ukraine, Kyiv, Ukraine

Received: October 11, 2025 | Revised: October 26, 2025 | Accepted: October 31, 2025

УДК 629.735.78

DOI: <https://doi.org/10.33445/sds.2025.15.5.18>

Мета роботи. Удосконалення науково-методичного апарату щодо обґрунтування продовження строків придатності радіоелектронного обладнання повітряних суден державної авіації України.

Метод дослідження. Методологія базується на існуючих науково-методичних підходах щодо оцінки надійності складних технічних систем до яких відноситься радіоелектронне обладнання повітряних суден.

Результати дослідження. На основі дослідження та аналізу математичних моделей оцінки і прогнозування експлуатаційних показників надійності радіоелектронного обладнання з програмно-регламентною стратегією їх експлуатації удосконалено математичну модель надійності з аргументом, що запізнюється, у частині визначення часу запізнення.

Теоретична цінність дослідження. Результати дослідження можуть бути використані для подальших емпіричних досліджень щодо визначення залишкових термінів служби (ресурсів) та обґрунтування продовження експлуатації радіоелектронного обладнання повітряних суден.

Тип статті. Теоретична.

Purpose. To improve the scientific and methodological apparatus for substantiating the extension of the service life of radio-electronic equipment of Ukrainian state aviation aircraft.

Method. The methodology is based on existing scientific and methodological approaches for assessing the reliability of complex technical systems, to which aircraft radio-electronic equipment belongs.

Findings. Based on the research and analysis of mathematical models for assessing and forecasting the operational reliability indicators of radio-electronic equipment with a software-regulated (scheduled) strategy for their operation, the mathematical model of reliability with a delayed argument has been improved in terms of determining the delay time.

Theoretical implications. The results of the study can be used for further empirical research on determining the residual service life (resource) and substantiating the continued operation of aircraft radio-electronic equipment.

Paper type. Theoretical.

Ключові слова: радіоелектронне обладнання, повітряне судно, надійність, продовження строку служби, граничний стан, інтенсивність відмов, модель з аргументом, що запізнюється.

Key words: radioelectronic equipment, aircraft, reliability, service life extension, critical condition, failure rate, delayed argument model.

Вступ

Аналіз номенклатури радіоелектронного обладнання (РЕО) повітряних суден (ПС) державної авіації (ДА) показав, що на сьогодні в експлуатації продовжують знаходитися вироби, що було виготовлено у 80-х – 90-х роках минулого сторіччя. Одним із основних способів підтримання їх

справності є виконання комплексу досліджень та робіт, які дозволяють продовжити експлуатацію поза межами призначених розробником (виробником) термінів служби, що дає змогу максимально використовувати їх ресурсний потенціал та зменшувати витрати відповідних відомств. При цьому однією з основних проблем щодо їх подальшої експлуатації є значне перевищення початково-встановлених розробником (виробником) термінів служби над реальними, та, як наслідок, можливість досягнення ними граничного стану, що обумовлює необхідність припинення експлуатації.

У загальному випадку виріб РЕО досягає граничного стану при переході у граничний стан хоч би однієї його складової частини (блоку, агрегату, плати, елементу тощо). Про можливе наближення виробу до граничного стану може свідчити стійка тенденція росту інтенсивності відмов у часі, у тому числі й у вигляді виходу параметрів за встановлені межі, які неможливо відновити відповідними регулюваннями. Інформація про технічний стан виробів РЕО та їх складової частини отримується за даними поточного параметричного контролю, який охоплює практично всю їх номенклатуру.

Параметричний контроль виробів РЕО здійснюється при проведенні регламентних робіт та окремих цільових перевірок. Контроль технічного стану також проводиться при виконанні досліджень і робіт для визначення можливості експлуатації виробів поза межами призначених термінів служби, встановлених розробником чи виробником. Очевидно, що в обох випадках момент виникнення відмови можна встановити лише з точністю, що визначається інтервалами перевірок, тобто для ефективного прогнозування технічного стану РЕО необхідно з максимальною точністю встановити закон зміни інтенсивності потоку відмов з урахуванням неможливості безпосередньої оцінки його значень. У більшості випадків такий закон будують у класі експоненціальних розподілів (Zubarev, 2005), (ДСТУ 2862-94. 1995), (Бурцев, 2025), (Zaliskyi, 2015). При цьому модель відмов є достатньо простою та узгодженою з реальним потоком відмов. Але така інтерпретація механізму відмов модель прийнятна лише для відносно простих пристроїв, що експлуатуються у достатньо стабільних умовах.

Більшість сучасних виробів РЕО ПС ДА складаються зі значної кількості складових (елементів, блоків, агрегатів, систем тощо), кожна із яких виконує свої функції, побудована на використанні певних фізичних принципів та має зв'язки з іншими, при цьому їх структура визначається бойовим призначенням зразка авіаційної техніки (АТ). Разом з цим, всі вони мають спільні риси по організації побудови та складу обладнання, тобто є типовими представниками складних технічних систем (СТС), що дозволяє розглядати їх з позицій теорії складних систем в організаційному і функціональному аспектах (Зубарев, 2005), а їх постійний розвиток та удосконалення обумовлюють ускладнення заходів з підтримання у постійній готовності до застосування за призначенням. Саме це обумовлює неможливість характеризувати їх якоюсь однією ознакою.

При описі складного технічного об'єкту (системи) є необхідним одночасний облік багатьох невід'ємних однієї від одної ознак. Тобто, при проведенні досліджень СТС використовується системний підхід, який вимагає залучення всього спектру якостей цих систем (Ковтуненко, 2009), (Печура, 2022). Методичною основою для розв'язання завдання щодо обґрунтування строків продовження придатності радіоелектронного обладнання повітряних суден є методичний апарат, викладений у роботах . За результатами аналізу виробів РЕО ПС ДА України та розгляду їх як СТС з'ясовано, що у якості інтегрального показника може бути прийнята їх надійність, що у статті розглядається як властивість функціонування виробу РЕО за призначенням у певних умовах експлуатації.

Відомо, що під умовами експлуатації виробу РЕО будь-якого типу прийнято розглядати такі фактори:

стан і мінливість зовнішньої системи, в якій виріб експлуатувався протягом всього його життєвого циклу;

інтенсивність експлуатації виробу за різними чинниками (частота включення, тривалість функціонування за призначенням, статичні та динамічні навантаження, тривалість перебування у режимі зберігання тощо);

час, що минув з виготовлення виробу;

встановлений для даного виробу РЕО регламент обслуговування (періодичність, глибина та досконалість контролю тощо);

кількість та якісний зміст модернізацій та доробок виробу.

Працездатність для виробів РЕО оцінюється за деяким, цілком певним набором контрольованих параметрів, що утворює так званий вектор параметрів. Кожен параметр, у свою чергу, є або скалярною величиною, або вектором. Виріб РЕО вважається працездатним, якщо вектор його параметрів \bar{P} знаходиться всередині деякого, зазвичай замкнутого, підпростору Ω , що називається областю допусків, простору параметрів $\Omega_0 (\bar{P} \in \Omega \subset \Omega_0)$. У протилежному випадку виріб РЕО вважається непрацездатним. Відповідно до цього визначення, виріб РЕО перебуває у стані відмови, якщо він не задовольняє деякому комплексу заданих наперед вимог.

Оцінити виріб РЕО у певний момент часу означає визначити значення показників, якими він характеризується у поточний момент часу. Відповідно оцінити надійність виробу РЕО у деякому інтервалі часу означає визначити на даному інтервалі функції, відповідно до яких змінюються чисельність значення його показників надійності. Завдання прогнозування значення показників надійності у деякий довільний момент часу t за своєю суттю не відрізнятиметься від завдання їх оцінки, але потребує визначення показників як функції часу по всій осі. Складнішим є завдання прогнозування надійності виробу РЕО для деякого комплексу майбутніх умов його функціонування. Розв'язання такого завдання дає змогу визначити зміни показників надійності виробу РЕО, якщо певним чином змінити умови їх експлуатації.

Відомо, що всі основні показники надійності можуть бути обчислені, якщо відомий закон розподілу часу безвідмовної роботи виробу РЕО. У більшості випадків такий закон є експоненціальним розподілом. При цьому щільність розподілу часу безвідмовної роботи залежить від єдиного параметра λ , що називається інтенсивністю відмов. Модель відмов при цьому є надзвичайно простою і, як показує практика, часто досить узгодженою з реальним потоком відмов. Однак, подібна інтерпретація механізму відмов є правильною лише для відносно простих пристроїв, що експлуатуються в ідеальних умовах. З іншого боку, поширення розподілу часу безвідмовної роботи, як відомо, володіє тією властивістю, що тривалість безвідмовної роботи виробу не впливає на ймовірність появи відмови в подальшому. Іншими словами, це означатиме, що вироби РЕО із загальним розподілом часу безвідмовної роботи не "старіють". Зрозуміло, що ця властивість експоненціального розподілу не дозволяє використовувати його для опису моделі надійності виробів РЕО ПС ДА, експлуатаційні властивості яких погіршуються з часом.

На надійність таких систем впливають також періодичність та досконалість контролю працездатності та технічного обслуговування, кваліфікація обслуговуючого персоналу, спеціально організовані заходи та підвищення надійності окремих елементів систем та ряд інших факторів. Це означає, вироби бортового РЕО як об'єкти надійності характеризуються нестационарним потоком відмов з параметром, що є функцією векторного аргументу.

При застосуванні звичайної класичної методики оцінки надійності, що використовує гіпотезу про найпростіший потік відмов, без додаткових досліджень неможливо відповісти на питання про те, як і впливають на надійність ті чи інші умови експлуатації. При цьому неможливо більш-менш правдоподібно прогнозувати надійність РЕО, а також визначити оптимальні стратегії їх контролю та використання за призначенням. Звідси зрозуміло, що

методика оцінки надійності РЕО повинна ґрунтуватися на загальних припущеннях щодо закону розподілу часу безвідмовної роботи.

Отже, для розроблення конкретної прикладної методики оцінки та прогнозування надійності виробів РЕО необхідно вирішити цілий комплекс взаємопов'язаних суперечливих теоретичних і практичних задач. При цьому найбільш важливою з них слід вважати задачу спільного вибору типу моделі надійності, її розмірності за параметрами, числа і номенклатури врахованих чинників.

Матеріали та методи

Однією з основних характеристик будь-якої технічної системи є її вік, що розуміється зазвичай як час, що минув з моменту виготовлення виробу. Разом з тим, ступінь старіння РЕО залежатиме не тільки від часу, а й від інтенсивності експлуатації, кліматичних режимів, дисципліни обслуговування, тощо. При цьому, очевидно, чинники повинні виражатися кількісно, утворюючи векторну характеристику – так званий вектор віку виробів бортового РЕО.

Очевидно також, що надійність залежить не тільки від чисельних значень чинників, але і від того, як ці чинники змінювалися в процесі експлуатації, тобто від історії експлуатації конкретного виробу РЕО. Чисельні значення вибраного набору чинників у кожний момент часу для кожного виробу складають вектор-функцію

$$\bar{Z}(t) = \{z_1(t), z_2(t), \dots, z_m(t)\} \quad (1)$$

де $m \in \overline{1, M}$ – номер експлуатаційного чинника.

Отже, експлуатація виробу РЕО є деякою лінією, яку описує вектор $\bar{Z}(t)$ у так званому середовищі експлуатаційних чинників. В окремому випадку вектор $\bar{Z}(t)$ може бути одномірним, якщо у якості чинника взяти час експлуатації виробу.

Математичне формулювання завдання оцінки та прогнозування надійності виробів РЕО можливо здійснити у такій спосіб. Ймовірність безвідмовної роботи в інтервалі часу $[t_0, t]$, за умови, що в початковий момент часу t_0 виріб є справним, визначається функцією надійності, яка має вигляд

$$P(t_0, t) = e^{-\int_{t_0}^t \tilde{\lambda}(t) dt}, \quad (2)$$

де $\tilde{\lambda}(t)$ – закон зміни інтенсивності відмов.

У статті прийнято, що надійність виробів РЕО залежить від значення компонент вектора (1). Тоді функція надійності (2) може бути записана у вигляді

$$P(t_0, t) = e^{-\int_{t_0}^t \tilde{\lambda}(\bar{Z}(t)) dt}.$$

Для обчислення ймовірності $P(t_0, t)$ необхідно і достатньо точно значення інтенсивності відмов $\tilde{\lambda}(\bar{Z}(t))$ у довільний момент часу t . Введемо функцію

$$\lambda(\bar{B}, \bar{Z}(t)) \cong \tilde{\lambda}(\bar{Z}(t)),$$

що однозначно визначається набором параметрів $\bar{B} = (b_1, b_1, \dots, b_n)$ та найкращим чином (у деякому цілком певному сенсі) апроксимує закон зміни інтенсивності відмов $\tilde{\lambda}(\bar{Z}(t))$. Функція $\lambda(\bar{B}, \bar{Z}(t))$ являє собою модель надійності. Кількість чинників m , облікованих у моделі надійності, називається розмірністю моделі за чинниками. Кількість параметрів моделі надійності n є розмірністю моделі надійності за параметрами.

Вектор параметрів моделі \bar{B} може бути лише приблизно оцінений у вигляді вектора оцінок $\bar{B} = (b_1, b_1, \dots, b_n)$ за результатами контролю надійності виробів РЕО. Отже

$$P(t_0, t) = e^{-\int_{t_0}^t \lambda(\bar{B}, \bar{Z}(t)) dt},$$

де $\lambda(\bar{B}, \bar{Z}(t))$ – функція випадкового векторного аргументу \bar{B} , що наближено описує інтенсивність відмов, тобто

$$\lambda\left(\overset{n}{\bar{B}}, \bar{Z}(t)\right) \cong \lambda(\bar{B}, \bar{Z}(t)) \stackrel{\Delta}{=} \tilde{\lambda}(\bar{Z}(t)).$$

Відповідно до термінології факторного аналізу, функцію $\lambda\left(\overset{n}{\bar{B}}, \bar{Z}(t)\right)$ також називають поверхнею відгуку. Отже, завдання обліку умов експлуатації виробів РЕО при оцінці та прогнозуванні їх надійності зводиться по суті до вибору виду апроксимуючої функції $\lambda(\bar{B}, \bar{Z}(t))$ та пошуку способу, який може бути реалізований для оцінювання $\overset{n}{\bar{B}}$ вектору параметрів \bar{B} даної функції.

Відповідно до наведеного вище цілком зрозуміла неприйнятність використання однопараметричної моделі для оцінки та прогнозування надійності виробів РЕО, у яких інтенсивність відмов кожного елементу обчислена для деяких стандартних умов, що практично неможливо через різноманітність і мінливість умов реальної експлуатації. У роботі (Зубарев, 2005), (Freitas, 2010) наведено спробу удосконалення однопараметричної моделі експлуатації, яка врахувала би умови експлуатації виробів. Відповідно до цієї методики інтенсивність відмов кожного елементу системи, яка обчислена для деяких стандартних умов, помножується на так званий коефіцієнт умов застосування, що характеризує електричний режим даного елементу, та коефіцієнт виду використання, що характеризує зовнішні умови експлуатації виробу. Чисельні значення цих коефіцієнтів табульовані в широкому діапазоні можливих умов застосування елементів. Зрозуміло, що використання цього підходу для оцінки надійності виробів РЕО, особливо виробів авіаційного бортового РЕО воєнного призначення, практично неможливе через велику різноманітність і відносно швидку мінливість умов їх реальної експлуатації.

При використанні багатопараметричних моделей надійності важливе значення набуває вибір виду апроксимації $\lambda(\bar{B}, \bar{Z}(t))$. У багатьох випадках зручною апроксимація закону зміни інтенсивності відмов є сукупність розривних функцій. Певною перевагою цього підходу є можливість отримання прийняттого наближення функціями простої аналітичної структури, наприклад, гіперплощинами, або навіть сукупністю констант. Оцінка $\lambda(\bar{Z}(t))$ здійснюється окремо для кожного з підпросторів. Недоліками цього науково-методичного підходу є (Кобзар, 2006), (Zalisky, 2015):

- складність обрання границь областей, у межах кожної з яких діє своя розривна функція;
- співвідношення між кількістю параметрів, які оцінюються, і кількість експериментів різне, відповідно й точність оцінки параметрів у кожній з областей також буде різною;
- відсутність в цілому закону загальної аналітичної апроксимації зміни інтенсивності відмов, що призводить до ускладнення прогнозування значень інтенсивності відмов та надійності РЕО.

Для подолання наведених недоліків в даний час найбільше поширення мають моделі надійності, що використовують непривні або комбіновані (неприривно-дискретні)

апроксимації закону $\lambda(\bar{Z}(t))$. При цьому для оцінки та прогнозування надійності широко використовуються методи регресійного аналізу. Такий підхід ефективний у разі, коли кількість параметрів у рівнянні регресії відносно мала і складає декілька одиниць. Однак, надійність виробів РЕО залежить від десятків змінних. При цьому, поряд з впливом на надійність окремих факторів, суцільним є також вплив взаємодій другого і більш високих порядків. Зрозуміло, що рівняння регресії у цьому випадку буде містити сотні параметрів. Ця обставина робить необхідним застосування різноманітних заходів для зниження розмірності моделей. Найпростіший шлях – зменшення числа факторів, що враховуються. В цьому випадку інтенсивність відмов λ є сумою трьох складових

$$\lambda = w_{\text{кл}} + w_{\text{пр}} + w_{\text{хр}},$$

де $w_{\text{кл}}$, $w_{\text{пр}}$, $w_{\text{хр}}$ – адитивні внески в параметр потоку відмов, що обумовлені кліматичними чинниками, періодичністю виконання регламентних робіт та виконання робіт зі зберігання.

Також скорочення розмірності моделі може бути досягнуто шляхом спрощення структури рівняння регресії. Найбільш поширеною формою рівняння регресії є лінійний за параметрами, але нелінійний за змінними поліном виду (Ковтуненко, 2011)

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^m b_i z_i + \sum_{i_1=1}^m \sum_{i_2=1}^m b_{i_1 i_2} z_{i_1} z_{i_2} + \dots + \sum_{i_1=1}^m \sum_{i_2=1}^m \dots \sum_{i_d=1}^m b_{i_1 i_2 \dots i_d} z_{i_1} z_{i_2} \dots z_{i_d} \quad (3)$$

Використання рівняння регресії у формі (3) пов'язано з можливістю застосування для оцінки параметрів рівняння добре відомих лінійних статистичних методів. Помітне скорочення розмірності задачі може бути досягнуто при зниженні ступеня полінома, але при цьому погіршується адекватність моделі.

Інший шлях зниження розмірності задачі полягає в ігноруванні впливу взаємодій факторів. Кількість оцінюючих параметрів при цьому визначається співвідношенням

$$N = md + 1$$

де m – кількість факторів;
 d – ступінь полінома.

Цей підхід, реалізований в одній з найбільш розроблених методик оцінки надійності, сформульований у (ДСТУ 2862-94, 1994). Модель $\lambda(t_1, t_2, \dots, t_r)$ разом з даними про експлуатацію виробів РЕО використовуються для побудови функції правдоподібності $P(\hat{\Lambda})$, де $\hat{\Lambda} = \{\lambda_{ij}\}$ – вектор невідомих параметрів моделі. Максимізуючи функцію правдоподібності $P(\hat{\Lambda})$, отримуємо вектор оцінок параметрів $\hat{\Lambda}$. Основними недоліками цієї методики у аспекті обґрунтування строків продовження придатності до використання виробів РЕО, є:

функція $\lambda(t_1, t_2, \dots, t_r)$ задається у табличному вигляді, тобто не має аналітичної екстраполяції, що унеможливорює прогнозування надійності для значень аргументів, які не знаходяться в області визначення функції $\hat{\lambda}(t_1, t_2, \dots, t_r) = \hat{\lambda}(t)$;

адитивне подання функції $\hat{\lambda}(t)$ можливо лише у випадку, якщо у в кожний момент часу виріб РЕО може перебувати лише в одному елементарному режимі, що для умов реальної експлуатації авіаційного РЕО, на які впливає велика кількість факторів, є некоректним;

неможливість врахування взаємодії факторів.

При реалізації наведеної методики з'являються обмеження обчислювального характеру, які не дозволяють врахувати відносно велику кількість факторів. Так, при врахуванні

десяти елементарних режимів і розбивці кожної координатної осі всього на п'ять підінтервалів, число параметрів, що оцінюються, дорівнює 50. Зменшення числа елементарних режимів експлуатації виробу РЕО приводить до збільшення дисперсії оцінок через вплив “шуму” неврахованих факторів.

Розглянуті методики, при певних їх перевагах, мають ряд істотних недоліків, що вимагає удосконалення відповідного методичного апарату щодо оцінки та прогнозування надійності виробів РЕО та розробки на його основі більш ефективних методик оцінки та прогнозування показників їхньої надійності, за допомогою яких буде можливо визначити динаміку технічної деградації виробів РЕО у цілому.

Результати

При розробці конкретної моделі щодо оцінки і прогнозування надійності РЕО ПС необхідно розв'язати комплекс взаємопов'язаних внутрішньо суперечливих теоретичних і практичних проблем. Найбільш важливою з них слід вважати проблему сумісного вибору типу моделі надійності, її сумісності по параметрам, числа і номенклатури факторів, що враховуються. При цьому приймаються такі основні припущення.

1. У якості технічного показника експлуатаційної якості РЕО приймаємо його надійність, яка оцінюється імовірністю безвідмовної роботи (узагальнений показник) та параметром або інтенсивністю потоку відмов (частковий показник).

2. Вихідний статистичний матеріал представляє собою інформацію про відмови РЕО, що отримана в процесі експлуатації та регламентного обслуговування. При цьому в процесі виконання кожної перевірки однозначно визначаються:

значення компонент вектора віку на період закінчення кожної перевірки;

час проведення перевірки;

наявність або відсутність відмови РЕО в попередній міжперевірочний період.

3. Параметр потоку відмов може бути адекватно поданий у виді функції $\lambda(\underline{B}, \underline{Z}(t))$ вектора віку виробу РЕО $\underline{Z}(t) = (z_1(t), z_2(t), \dots, z_m(t))$, однозначно визначеного набором параметрів $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$. Вектор віку також може включати і одну компоненту, наприклад час експлуатації.

4. Відмови, які виникли в попередній міжрегламентний період, в процесі чергового контролю працездатності виявляються з імовірністю, дорівнюючою одиниці. Момент виникнення відмови залишається невідомим та оцінюється з точністю до міжперевірочного інтервалу.

5. Вважається, що після проведення регламентних перевірок працездатність виробу РЕО відновлюється повністю.

Для пошуку рішення удосконалення науково-методичного апарату використовується відома апріорна гіпотеза щодо закону зміни інтенсивності потоку відмов у часі (Бурцев, 2025), якісний вигляд якої наведено на рисунку 1. Інтервал $[0 - T_{\Pi}]$, який характеризує період приробітки елементів і на теперішній час вже закінчився. Інтервал $[T_{\Pi} - T_H]$ – період нормальної експлуатації виробу. Інтервал $[T_H - T_B]$ – входження виробу в область інтенсивних відмов в наслідок «старіння» його елементів.

Закон зміни $\lambda(t)$ (рис. 1) на ділянці $[T_{\Pi} \dots T_H]$ можна апроксимувати прямою, а на ділянці $[T_H \dots T_B]$ – поліномом деякого ступеня d . Тоді закон зміни $\lambda(t)$ до кінця експлуатації виробу РЕО можна записати як

$$\lambda(t) = \begin{cases} a_{10} + a_{11}t, & T_{\Pi} \leq t \leq T_H, \\ a_{20} + a_{21}t + \dots + a_{2d}t^d, & T_H \leq t \leq T_B. \end{cases} \quad (4)$$

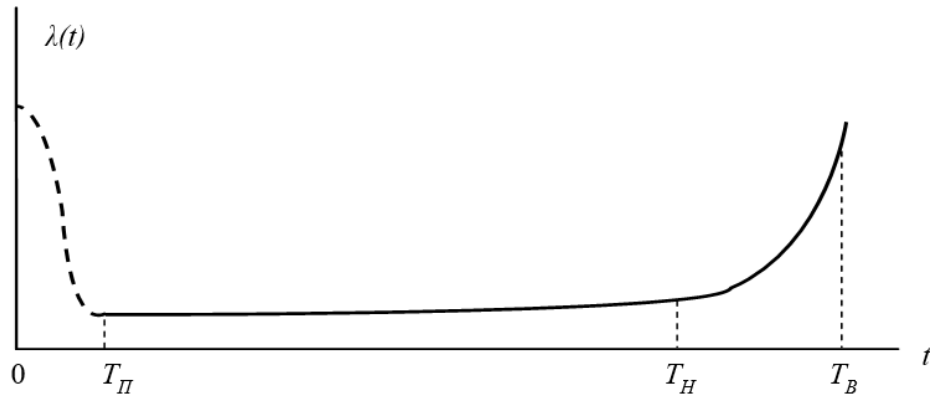


Рисунок 1 – Якісний характер зміни інтенсивності потоку відмов $\lambda(t)$ у часі

Джерело: розроблено автором

Принциповою особливістю задачі щодо виробів РЕО, які не охоплені постійним контролем, є неможливість безпосередньої оцінки значень параметрів поліномів апроксимації $\lambda(t)$ відомими методами у зв'язку з тим, що $\lambda(t)$ зазвичай розраховується з міркувань сталості на деякому інтервалі. У розглянутому випадку це припущення не зовсім справедливо.

Нехай на інтервалі $[0, T]$ інтенсивність потоку відмов апроксимується поліномом ступеня d . Для отримання статистичної оцінки $M[n_{0,T}]$ використаємо відомий [Anderson, 1971] вираз щодо імовірності безвідмовної роботи $P(t)$.

$$P(t) = \exp \left\{ - \int_0^T \lambda(t) dt \right\} = M \left[\frac{n_{0,T}}{n_T} \right] = \frac{1}{n_T} M[n_{0,T}], \quad (5)$$

де $\lambda(t)$ – закон зміни інтенсивності потоку відмов, апроксимований поліномом $\lambda(t) \approx a_0 + a_1 + \dots + a_d t^d$ ступеня d ;

$n_{1,T}$ – кількість справних виробів РЕО, які відповідно відмовили у вибірці.
 $n_{0,T}$

Якщо N_T – загальна кількість виробів, що знаходяться в експлуатації до моменту контролю на час T , а $N_{1,T}$ – їх несправна кількість до цього моменту, то $v = \frac{N_{1,T}}{N_T}$ є імовірністю того, що відібрані для контролю вироби будуть несправними. Очевидно, що оцінкою несправних виробів у вибірці обсягом n_T на черговому циклі контролю є співвідношення

$$\hat{v} = \frac{n_{1,T}}{n_T} = \frac{n_{1,T}}{n_{1,T} + n_{0,T}}$$

Можна показати, що $M[\hat{v}] = v$. Для цього введемо випадкове число ξ_k , яке дорівнює 1, якщо за результатами контролю виріб є несправним і 0 у протилежному випадку. Для n_T вибраних виробів випадкове число обчислюється як

$$n_{1,T} = \sum_{k=1}^{n_T} \xi_k \quad (6)$$

Оцінка v є незміщеною, тому що [7]

$$M \left[\frac{n_{1,T}}{n_T} \right] = \frac{1}{n_T} M \left[\sum_{k=1}^{n_T} \xi_k \right] = \frac{1}{n_T} \sum_{k=1}^{n_T} M[\xi_k] = v$$

Враховуючи, що

$$M[n_{0,T}] = n_T - M[n_{1,T}] = n_T(1 - \nu),$$

можна записати

$$M[n_{0,T}] \approx n_T \left(1 - \frac{n_{1,T}}{n_T}\right) = n_{0,T}$$

Логарифмуючи вираз

$$\frac{n_{0,T}}{n_T} \approx \exp \left\{ - \int_0^T \lambda(t) dt \right\}$$

та враховуючи поліном апроксимації закону зміни інтенсивності відмов отримаємо

$$- \ln \frac{n_{0,T}}{n_T} \approx a_0 T + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_d}{d+1} T^{d+1}. \quad (7)$$

Введемо оціночну функцію

$$y(T) = \alpha_0 T + \alpha_2 T^2 + \dots + \alpha_d T^{d+1},$$

де $\alpha_0 = a_0$; $\alpha_1 = \frac{a_1}{2}$; $\alpha_2 = \frac{a_2}{3}$; \dots

Знання коефіцієнтів ($\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_d$) забезпечує можливість розрахунку $\lambda(t)$, а числове значення функції $y(t)$ на момент контролю T може бути, відповідно до (7), оцінено безпосередньо. При цьому отримана оцінка

$$\hat{y}(t) = -\frac{1}{T} \ln \frac{n_{0,T}}{n_T} \quad (8)$$

є максимально правдоподібною.

Для підтвердження цього доцільно ввести функцію правдоподібності

$$L' = (F(T))^{n_{0,T}} (1 - F(T))^{n_{1,T}}.$$

Враховуючи, що

$$F(T) = e^{\int_0^T \lambda(t) dt} = e^{-Ty(T)},$$

то

$$L' = e^{-n_{0,T}Ty(T)} (1 - e^{-Ty(T)})^{n_{1,T}}.$$

Тоді

$$L = \ln L' = -n_{0,T}Ty(T) + n_{1,T} \ln(1 - e^{-Ty(T)}).$$

Представив рівняння правдоподібності у вигляді

$$\frac{dL}{dy(t)} = -n_{0,T}T + n_{1,T} \frac{e^{-Ty(T)}}{1 - e^{-Ty(T)}} = 0$$

та розв'язав його, наприкінці отримаємо

$$\hat{y}(t) = -\frac{1}{T} \ln \frac{n_{0,T}}{n_T},$$

що співпадає з (8).

Однією з найважливіших задач оцінки та прогнозування надійності є встановлення моменту початку масових відмов виробів РЕО. У цьому аспекті найбільш прийнятною є модель надійності з аргументом, що запізнюється. У загальному виді її може записати у вигляді (Зубарев, 2005)

$$\lambda(\underline{A}, \underline{B}, t_3) = \phi_1(\underline{A}, t) + \phi_2(\underline{B}, t) \cdot 1(t - t_3), \quad (9)$$

де $\phi_1(\underline{A}, t)$ – функція, що апроксимує закон зміни інтенсивності відмов у період нормальної експлуатації виробів (як правило це лінійна функція, рис. 1 інтервал $[T_{\Pi} \dots T_H]$);

$\phi_2(\underline{B}, t)$ – функція, що апроксимує закон зміни інтенсивності відмов у період масових відмов ($T_{\Pi} \dots T_H$);

$1(t - t_3)$ – одинична функція, яка може приймати значення: $l(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0. \end{cases}$

Нехай

$$\phi_1(\underline{A}, t) = \sum_{i=0}^{n_1} a_i t^i, \quad \phi_2(\underline{B}, t) = \sum_{j=0}^{n_2} b_j t^j,$$

тоді набір, що підлягає оцінці параметрів, утворює множину $\{a_0, a_1, \dots, a_{n_1}; b_0, b_1, \dots, b_{n_2}; t_3\}$.

При відсутності інформації про характер зміни умов функціонування в процесі експлуатації виробу РЕО в деякому інтервалі часу передбачається, що вектор віку в даному інтервалі змінюється лінійно. Це означає, що його кінець в процесі експлуатації системи описує в факторному просторі траєкторію у вигляді ломаної лінії. Точки переломлення даної траєкторії відповідають положенню вектора віку в момент проведення регламентних робіт.

Розглянемо випадок, коли функції $\phi_1(\underline{A}, t)$ та $\phi_2(\underline{B}, t)$ лінійні. Тоді

$$\lambda(\underline{A}, \underline{B}, t_3) = a_0 + a_1 t + (b_0 + b_1 t) \cdot 1(t - t_3). \quad (10)$$

Для оцінки параметрів лінійної моделі використаємо підхід, який було описано вище. Нехай, як й раніше,

$$\begin{aligned} \underline{Y}(\underline{A}, \underline{B}, t_3, T) = y_T &= a_0 + \frac{a_1}{2} t + \left(b_0 + \frac{b_1}{2} t\right) \cdot 1(t - t_3) \\ &= a'_0 + a'_1 T + (b'_0 + b'_1 T) \cdot 1(t - t_3); \end{aligned} \quad (11)$$

$$\hat{y}_T = -\frac{1}{T} \ln \frac{n_{0,T}}{n_{1,T}}$$

Тоді для моментів контролю T_1, T_2, \dots, T_m маємо набір значень

$$\underline{Y} = \{y_{T_1}, y_{T_2}, \dots, y_{T_m}\}.$$

Введемо функціонал

$$J(\underline{A}', \underline{B}', t_3) = \sum_j^m \left[a'_0 + a'_1 T + (b'_0 + b'_1 T) \cdot 1(T - t_3) - \hat{y}_{T_j} \right]^2. \quad (12)$$

У зв'язку з тим, що модель (11) лінійна за параметрами $(a'_0, a'_1; b'_0, b'_1) = (\underline{A}', \underline{B}')$, то фіксуючи t_3 та використовуючи відомі методи, наприклад МНК (Anderson, 1971)

$$\min_{\underline{A}', \underline{B}'} J(\underline{A}', \underline{B}', t_3) = J(t_3) \quad (13)$$

отримаємо значення функціонала, яке відповідає вибраному t_3 . Тобто задача оцінки параметрів (10) зведена до задачі безумовної мінімізації алгоритмічно заданої функції (13), яка може бути розв'язана стандартними методами пошуку мінімуму функції однієї змінної, що

не використовують значення довільних (наприклад, методи дихотомії, «золотого» перерізу, Фібоначчі тощо) (Anderson, 1971), (Ковтуненко, 2009).

Інший підхід, який дає найкращу точність оцінки t_3 , полягає у використанні інтегрального МНК (Amirzadi, 2021). Для доведення цього припустимо, що відомі деякі оптимальні МНК оцінки параметрів a'_0 та a'_1 , які задають аналітичний опис полінома, апроксимуючого поведінку $y(\underline{A}, \underline{B}, T, t_3)$ на інтервалі $[T_{II} - T_H]$ нормальної експлуатації виробу (рис. 1). З цієї метою введемо

$$\hat{u}_{T_k} = \hat{y}_{T_k} - \hat{a}'_0 - \hat{a}'_1 T_k$$

та

$$f(T) = \begin{cases} f_1(T) = \alpha_1 T + \beta_1, & T_1 \leq T \leq T_2, \\ f_2(T) = \alpha_2 T + \beta_2, & T_2 \leq T \leq T_3, \\ \dots & \dots \\ f_{m-1}(T) = \alpha_{m-1} T + \beta_{m-1}, & T_{m-1} \leq T \leq T_m, \end{cases}$$

де

$$\alpha_k = \frac{\hat{u}_{T_{k+1}} - \hat{u}_{T_k}}{T_{k+1} - T_k}; \quad \beta_k = \frac{T_{k+1} \hat{u}_{T_{k+1}} - T_k \hat{u}_{T_k}}{T_{k+1} - T_k}.$$

Враховуючи тотожність

$$(b'_0 + b'_1 T) \cdot 1(T - t_3) \equiv b'_1 (T - t_3) \cdot 1(T - t_3),$$

функціонал J можна записати у вигляді

$$J = \int_0^T [f(T) - b'_1 (T - t_3) \cdot 1(T - t_3)]^2 dt,$$

мінімум якого відповідає найкращому змісту інтегрального МНК оцінок \hat{b}'_1 та \hat{t}_3 . Відповідно до (Amirzadi, 2021), (Кобзар, 2006) величина \hat{t}_3 є коренем рівняння

$$\int_{t_3}^{T_m} f(T) \left(T - \frac{2T_m}{3} - \frac{t_m}{3} \right) dt = 0 \quad (14)$$

При відомому значенні \hat{t}_3 величина \hat{b}'_1 обчислюється за формулою

$$\hat{b}'_1 = \frac{2}{(T_m - t_3)} \int_{t_3}^{T_m} f(T) dt \quad (15)$$

Для розв'язання (14) відносно \hat{t}_3 можуть бути використані відомі числові методи, наприклад метод половинного ділення у відповідності до квадратурних формул Сімпсона (Кобзар, 2006, Зубарев, 2005).

Висновки

Таким чином, на основі дослідження та аналізу математичних моделей оцінки і прогнозування експлуатаційних показників надійності радіоелектронного обладнання повітряних суден державної авіації України з програмно-регламентною стратегією їх експлуатації удосконалено математичну модель надійності з аргументом, що запізнюється, у частині визначення часу запізнення t_3 . На відміну від існуючої моделі, процедура визначення часу запізнення моделі t_3 використовує заздалегідь задану імовірність досягнення досліджуванним виробом

граничного стану при значному поширенні кількості врахованих факторів, що визначають режими та умови експлуатації виробу, та наявності обмежень на обсяг статистичних даних.

Результати дослідження можуть бути використані в подальшій розробці методики щодо вирішення задач оцінки залишкового терміну служби (ресурсів) та продовження строків експлуатації радіоелектронного обладнання повітряних суден.

Фінансування

Це дослідження не отримало конкретної фінансової підтримки.

Конкуруючі інтереси

Автори заявляють, що у них немає конкуруючих інтересів.

Список використаних джерел

- [1] Amirzadi, A., Baloui Jamkhaneh, E., & Deiri, E. (2021). A comparison of estimation methods for reliability function of inverse generalized Weibull distribution under new loss function. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 91(8), 1–28.
- [2] Anderson, T. W. (1971). *The statistical analysis of time series*. New York, London, Tokio: John Wiley & Sons, inc.
- [3] Бурцев, В., Воронін, В., Коломійцев, О., Бурцева, В., Третяк, В., & Жирна, О. (2025). Модель прогнозування безвідмовності комплектуючих радіоелектронної апаратури озброєння та військової техніки. *Випробування та сертифікація*, (2(8)), 64–74. <https://doi.org/10.37701/ts.08.2025.07>.
- [4] ДСТУ 2862-94. (1995). *Надійність техніки. Методи розрахунку показників надійності*. Київ: Держстандарт України.
- [5] ДСТУ 2863-95. (1995). *Надійність техніки. Програми забезпечення надійності*. Київ: Держстандарт України.
- [6] Зубарев, В. В., Ковтуненко, А. П., Ланецький, Б. Н., & Зверев, А. А. (2005). *Математичне моделювання в задачах дослідження надійності технічних систем. Монографія*. Київ: Книжкове видання НАУ.
- [7] Зубарев, В. В., Ковтуненко, А. П., & Раскін, Л. Г. (2005). *Математичні методи оцінки і прогнозування технічних показників експлуатаційних властивостей радіоелектронних систем. Монографія*. Київ: Книжкове видання НАУ.
- [8] Кобзар, І. А. (2006). *Прикладна математична статистика*. Київ: Освіта.
- [9] Ковтуненко, А. П., Коростельов, О. П., Любарець, А. А., & Оністрат, О. А. (2011). Багатопараметрична поліноміальна модель інтенсивності відмов озброєння та військової техніки. *Збірник наукових праць Центрального науково-дослідного інституту озброєння та військової техніки Збройних Сил України*, (19), 124–129.
- [10] Ковтуненко, А. П., & Зубарев, В. В. (2009). *Основи аналізу складних технічних систем. Теорія та прикладне застосування: Монографія*. Київ: Книжкове видання НАУ.
- [11] Корнелюк, В., & Гончаренко, Є. (2023). Аналіз методів оцінювання надійності радіоелектронного обладнання повітряних суден. *Труди університету: збірник наукових праць*, (1(176)), 98–107.
- [12] Liu, D., & Wang, S. (2020). A degradation modeling and reliability estimation method based on Wiener process and evidential variable. *Reliability Engineering and System Safety*, 194, 1–28.
- [13] Freitas, M. A., Colosimo, E. A., dos Santos, T. R., & Pires, M. C. (2010). Reliability assessment using degradation models: bayesian and classical approaches. *Pesquisa Operacional*, 30(1), 195–219.
- [14] Haghghi, F., & Bae, S. J. (2015). Reliability estimation from linear degradation and failure time

- data with competing risks under a step-stress accelerated degradation test. *IEEE Transactions on Reliability*, 64(3), 960–971.
- [15] Jun, W., Chao, D., Huan, X., & Yao, X. (2012). Equipment performance degradation modeling for reliability prediction based on n-ARIMA model. *Advanced Materials Research*, 544, 24–31.
- [16] Melnyk, V., Honcharenko, Y., & Maloied, M. (2023). Reliability Analysis of Radioelectronic Systems of Aircraft. In I. Ostroumov & M. Zaliskyi (Eds.), *Proceedings of International Workshop on Advances in Civil Aviation Systems Development* (pp. 234–246). London: Springer.
- [17] Москалець, С. В., Жирний, В. А., Кузін, С. Є., & Рудик, А. В. (2020). Оцінювання надійності військової техніки при обмеженій кількості зразків. *Збірник наукових праць Державного науково-дослідного інституту випробувань і сертифікації озброєння та військової техніки*, (2(4)), 75–82.
- [18] Печура, Д. С., Шатров, А. М., & Ільїна, О. В. (2022). Методичний підхід щодо формування та прогнозування визначальних параметрів технічного стану керованих засобів ураження. *Збірник наукових праць Державного науково-дослідного інституту авіації*, (18(25)), 98–103. <https://doi.org/10.54858/dndia.2022-18-15>.
- [19] Zaliskyi, M. (2015). Reliability parameters estimation in case of aviation radio electronic devices technical state deterioration. *Electronics and Control Systems*, (3), 18–22.

References

- [1] Amirzadi, A., Baloui Jamkhaneh, E., & Deiri, E. (2021). A comparison of estimation methods for reliability function of inverse generalized Weibull distribution under new loss function. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 91(8), 1–28.
- [2] Anderson, T. W. (1971). *The statistical analysis of time series*. New York, London, Tokio: John Wiley & Sons, inc.
- [3] Burtsev, V., Voronin, V., Kolomiitsev, O., Burtseva, V., Tretjak, V., & Zhyrna, O. (2025). Model' proghnozuvannya bezvidmovnosti komplektuyuchykh radioelektronnoï aparatury ozbroyennya ta viyskovoï tekhniky [Model for predicting the reliability of components of radio-electronic equipment of weapons and military equipment]. *Vyprobuvannya ta sertyfikatsiya*, (2(8)), 64–74. <https://doi.org/10.37701/ts.08.2025.07>.
- [4] DSTU 2862-94. (1995). *Nadiinist' tekhniky. Metody rozrakhunku pokaznykiv nadiinosti* [Reliability of technical equipment. Methods for calculating reliability indicators]. Kyiv: Derzhstandart Ukrayiny.
- [5] DSTU 2863-95. (1995). *Nadiinist' tekhniky. Prohramy zabezpechennya nadiinosti* [Reliability of technical equipment. Reliability assurance programs]. Kyiv: Derzhstandart Ukrayiny.
- [6] Freitas, M. A., Colosimo, E. A., dos Santos, T. R., & Pires, M. C. (2010). Reliability assessment using degradation models: bayesian and classical approaches. *Pesquisa Operacional*, 30(1), 195–219.
- [7] Haghghi, F., & Bae, S. J. (2015). Reliability estimation from linear degradation and failure time data with competing risks under a step-stress accelerated degradation test. *IEEE Transactions on Reliability*, 64(3), 960–971.
- [8] Jun, W., Chao, D., Huan, X., & Yao, X. (2012). Equipment performance degradation modeling for reliability prediction based on n-ARIMA model. *Advanced Materials Research*, 544, 24–31.
- [9] Kobzar, I. A. (2006). *Prykladna matematychna statystyka* [Applied mathematical statistics]. Kyiv: Osvita.
- [10] Korneliuk, V., & Honcharenko, Ye. (2023). Analiz metodiv otsinyuvannya nadiinosti radioelektronnoho obladnannya povitryanykh suden [Analysis of methods for

- estimating the reliability of radioelectronic equipment of aircraft]. *Trudy universytetu: zbirnyk naukovykh prats'*, (1(176)), 98–107.
- [11] Kovtunenکو, O. P., Korostel'ov, O. P., Lyubarets', A. A., & Onistrat, O. A. (2011). Bahatoparmetrychna polinomial'na model' intensyvnosti vidmov ozbroynnya ta viškovoï tekhniky [Multiparametric polynomial model of the failure intensity of weapons and military equipment]. *Zbirnyk naukovykh prats' TŠentral'noho naukovو-doslidnoho instytutu ozbroynnya ta viškovoï tekhniky Zbroïnykh Syl Ukraïny*, (19), 124–129.
- [12] Kovtunenکو, A. P., & Zubarev, V. V. (2009). *Osnovy analizu skladnykh tekhnichnykh system. Teoriya ta prykladne zastosuvannya: Monohrafiya* [Fundamentals of complex technical systems analysis. Theory and applied usage: Monograph]. Kyiv: Knyzhkove vydannya NAU.
- [13] Liu, D., & Wang, S. (2020). A degradation modeling and reliability estimation method based on Wiener process and evidential variable. *Reliability Engineering and System Safety*, 194, 1–28.
- [14] Melnyk, V., Honcharenko, Y., & Maloied, M. (2023). Reliability Analysis of Radioelectronic Systems of Aircraft. In I. Ostroumov & M. Zaliskyi (Eds.), *Proceedings of International Workshop on Advances in Civil Aviation Systems Development* (pp. 234–246). London: Springer.
- [15] Moskalets, S. V., ZHyrnyï, V. A., Kuzin, S. Ye., & Rudyk, A. V. (2020). Otsinyuvannya nadiinosti viškovoï tekhniky pry obmezHenïi kil'kosti zrazkiv [Assessment of reliability of military equipment with a limited number of samples]. *Zbirnyk naukovykh prats' DerzHavnogho naukovو-doslidnoho instytutu vyprobuvan' i sertyfikatsii ozbroiennya ta viškovoï tekhniky*, (2(4)), 75–82.
- [16] Pechura, D. S., Shatrov, A. M., & Il'ina, O. V. (2022). Metodychnyï pidkhid shchodo formuvannya ta prohnozuvannya vyznačal'nykh parametriv tekhnichnogho stanu kerovanykh zasobiv uražennja [Methodical approach to the formation and forecasting of determining parameters of the technical condition of guided weapons]. *Zbirnyk naukovykh prats' DerzHavnogho naukovو-doslidnoho instytutu aviatsii*, (18(25)), 98–103. <https://doi.org/10.54858/dndia.2022-18-15>.
- [17] Zaliskyi, M. (2015). Reliability parameters estimation in case of aviation radio electronic devices technical state deterioration. *Electronics and Control Systems*, (3), 18–22.
- [18] Zubarev, V. V., Kovtunenکو, A. P., Lanets'kyï, B. N., & Zvyer'ev, A. A. (2005). *Matematychnne modelyuvannya v zadachakh doslidzhennya nadiinosti tekhnichnykh system. Monohrafiya* [Mathematical modeling in problems of reliability research of technical systems. Monograph]. Kyiv: Knyzhkove vydannya NAU.
- [19] Zubarev, V. V., Kovtunenکو, A. P., & Raskin, L. H. (2005). *Matematychnni metody otsinky i prohnozuvannya tekhnichnykh pokaznykiv ekspluatatsiynykh vlastyvostey radioelektronnykh system. Monohrafiya* [Mathematical methods for assessing and forecasting technical indicators of operational properties of radio-electronic systems. Monograph]. Kyiv: Knyzhkove vydannya NAU.