Модель оцінювання надійності багатокомпонентної системи зв'язку Збройних Сил України на основі укрупнення станів

A Reliability Assessment Model for a Multi-Component Communication System of the Armed Forces of Ukraine Based on State Aggregation

Артур Зарубенко
доктор філософії, начальник наукового центру зв'язку та інформатизації, e-mail: artur.zarubenko@viti.edu.ua, ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-7616-6416

Artur Zarubenko
PhD, Head of the Communication and Informatization Research Center, e-mail: artur.zarubenko@viti.edu.ua, ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-7616-6416

Військовий інститут телекомунікацій та інформатизації імені Героїв Крут, Київ, Україна

Kruty Heroes Military Institute of Telecommunications and Information Technology, Kyiv, Ukraine

Received: July 16, 2026 | Revised: October 17, 2026 | Accepted: October 31, 2026

УДК 621.39:519.873

DOI: https://doi.org/10.33445/sds.2026.16.5.36

Мета дослідження. Адаптувати аналітичні методи побудови моделей надійності багатофункціональних систем до системи зв'язку Збройних Сил України як розгалуженої багаторівневої системи з трьома самостійними функціональними виходами. Очікуваним результатом є отримання розрахункових співвідношень для коефіцієнтів готовності кожного виходу та узагальненого показника готовності системи в цілому.

Методи дослідження. Систему зв'язку декомпоновано на вісім функціональних підсистем, які утворюють функціональну ієрархію з трьома самостійними виходами. Функціонування кожної підсистеми описано напівмарківським процесом із визначенням напівмарківського ядра, стаціонарного розподілу вкладеного ланцюга Маркова та середніх часів перебування у станах. Для зниження розмірності застосовано фазове укрупнення станів з асимптотичною оцінкою похибки та послідовне укрупнення підсистем, а імовірність безвідмовної роботи виражено через перетворення Лапласа.

Результати дослідження. Систему зв'язку подано як розгалужену багатофункціональну систему з трьома самостійними виходами, для підсистем якої побудовано напівмарківську модель і виражено коефіцієнт готовності та імовірність безвідмовної роботи. З'ясовано, що методи фазового та послідовного укрупнення станів дозволяють подолати "прокляття розмірності", роблячи великорозмірну модель обчислюваною. На цій основі отримано розрахункові співвідношення для коефіцієнта готовності кожного з трьох функціональних виходів та узагальненого показника готовності системи – середнього арифметичного трьох виходів, із умовними пороговими значеннями для класифікації: готова, обмежено готова та не готова

Практична цінність дослідження. Модель та отримані співвідношення дають основу для визначення, які підсистеми резервувати першочергово, коли нарощування резерву перестає давати виграш і за яким критерієм відносити стан системи до однієї з трьох категорій готовності в ході експлуатаційно-технічного обслуговування системи зв'язку.

Тип статті. Теоретико-аналітична.

Ключові слова: надійність; оперативна готовність; резервована система; система зв'язку; напівмарківський процес; укрупнення станів; коефіцієнт готовності.

Purpose. To adapt analytical methods for constructing reliability models of multi-functional systems to the communication system of the Armed Forces of Ukraine as a branched multi-level system with three independent functional outputs. The expected result is a set of computational relations for the availability coefficient of each output and a generalised readiness indicator for the system as a whole.

Method. The communication system was decomposed into eight functional subsystems forming a functional hierarchy with three independent outputs. The operation of each subsystem was described by a semi-Markov process through its semi-Markov kernel, the stationary distribution of the embedded Markov chain, and the mean sojourn times in states. Dimensionality reduction relied on phase aggregation of states with an asymptotic error estimate and on sequential aggregation of subsystems, while the failure-free operation probability was expressed through the Laplace transform.

Results. The communication system was presented as a branched multi-functional system with three independent outputs, for the subsystems of which a semi-Markov model was constructed and the availability coefficient and failure-free operation probability were expressed. The methods of phase and sequential aggregation of states were shown to overcome the "curse of dimensionality", rendering the large-dimensional model computable. On this basis, computational relations were obtained for the availability coefficient of each of the three functional outputs and for a generalised readiness indicator, namely the arithmetic mean of the three outputs. Normative threshold values were introduced for the "ready", "partially ready", and "not ready" classification.

Practical implications. The model and the obtained relations provide a basis for determining which subsystems to reserve first and when increasing redundancy stops yielding a gain. They also indicate the criterion for assigning the system to one of three readiness categories during the operational and technical maintenance of the communication system.

Article type. Theoretical-analytical.

Key words: reliability; operational readiness; redundant system; communication system; semi-Markov process; state aggregation; availability coefficient.

Вступ

Відповідно до Настанови зі зв'язку Збройних Сил України, система зв'язку (СЗ) є сукупністю взаємопов'язаних та узгоджених за завданнями, місцем і часом систем електронних комунікацій, вузлів, ліній, мереж зв'язку та інших елементів різного призначення. Ці елементи забезпечують обмін повідомленнями у системі управління військами [1]. До складу СЗ входять електронна комунікаційна система (ЕКС), центр обробки даних (ЦОД), система спеціального зв'язку (ССпЗ) та захисту інформації (СЗІ), мережа фельд'єгерсько-поштового зв'язку (МФПЗ). Її доповнюють система технічного забезпечення (СТЗ), резерв сил і засобів, система управління зв'язком (СУЗ) та система технічної підтримки (СТП) [1]. Усі ці складові функціонують спільно, тому СЗ доцільно розглядати як складну багаторівневу багатокомпонентну систему з резервуванням. Багаторівневість такої системи виявляється і в глибині резервування, від окремого засобу до резервованої групи, а також впливу підсистем на функції зв'язку.

Особливої гостроти ця проблема набуває в умовах ведення повномасштабних бойових дій, коли втрата зв'язку навіть на обмежений час може критично вплинути на управління підрозділами. Досвід експлуатаційно-технічного обслуговування СЗ в таких умовах демонструє, що відмови окремих елементів є не виключенням, а регулярним явищем, для якого мають бути заздалегідь визначені резервні ресурси й процедури відновлення.

Для обґрунтування структури СЗ в ході її побудови потрібні кількісні оцінки, передусім коефіцієнт готовності та коефіцієнт оперативної готовності [2]. Ці показники мають враховувати як метод резервування, так резерв сил і засобів, а без кількісної моделі вибір способу резервування залишається експертним.

Пряме марківське моделювання багаторівневої системи має суттєве обмеження, оскільки розмір графа станів зростає за степеневим законом, що відоме як "прокляття розмірності" [3]. Системи диференціальних рівнянь високого порядку часто не мають явного розв'язку, тому потрібні методи зниження розмірності моделі.

Огляд літератури

Математична теорія надійності складних систем спирається на теоретико-імовірнісний фундамент [4] і традиційно розмежовує два підходи, аналітичний та імітаційний [3]. Аналітичні методи пов'язують імовірнісні характеристики системи безпосередньо, не відтворюючи процес її функціонування, тоді як імітаційні відтворюють цей процес ітеративно. Саме аналітична гілка дає замкнені співвідношення, придатні для швидкого перерахунку при зміні структури резервування, і систематизований виклад цих методів, включно з оптимізацією структури резерву [5].

Найповніше цей апарат розвинуто для систем з марківським описом [6], де показники надійності визначають із систем лінійних рівнянь, а топологічний метод дозволяє записати коефіцієнт готовності прямо за графом станів [7]. Як показав аналіз, обмеження такого опису принципове, адже він вимагає експоненційних законів розподілу, між тим як на практиці ця умова виконується далеко не завжди.

Відмова від експоненційних розподілів ускладнює апарат, і саме тому в задачах такого класу застосовують напівмарківські процеси [8], які описують мікроструктуру поведінки системи за довільних розподілів часу перебування у станах. Для регенеруючих процесів спеціального виду відомі асимптотичні формули показників надійності [9].

Окремий клас становлять методи укрупнення станів. Фазове укрупнення зводить процес з великою множиною станів до процесу з меншою множиною класів [10], а послідовне укрупнення згортає складну систему за підсистемами [8]. Ці методи прямо спрямовані проти "прокляття розмірності", водночас їх застосування до СЗ військового призначення як цілісної

резервованої системи у відомих працях системно не подано. Нормативне визначення СЗ зосереджене на її структурі та складових, без кількісного апарату надійності.

Сучасні дослідження поглиблюють апарат укрупнення для конкретних класів систем. Розглянуто асимптотичне укрупнення простору станів для систем масового обслуговування [10] та адаптивне укрупнення станів марковського ланцюга на основі апроксимації матриці переходів низького невід'ємного рангу [11]. За даними цих робіт, похибка укрупнення певною мірою залежить від конкретної прикладної області за умови малого значення параметра відношення інтенсивностей. Ближче до задачі резерву сил і засобів стоять моделі доступності групи резервованих систем зі спільним блоком запасних елементів і миттєвим поповненням запасів через ланцюг Маркова [12]. Холодний резерв із різнорідними компонентами та множинними видами відмов [13] розширює клас задач, доступних для аналітичного розв'язання. Практична цінність укрупнення стає очевидною при оцінці обчислювальної складності, оскільки пряме розв'язання системи лінійних рівнянь для марківської моделі з N станами вимагає порядку N^3 арифметичних операцій методом Гауса, що для багаторівневої системи стає неприйнятним при зміні конфігурації резерву.

Класичний апарат фазового укрупнення станів викладено в [14], тоді як сучасні роботи розвивають переважно числові підходи до оцінювання надійності резервованих підсистем на основі марковських ланцюгів і методу Монте-Карло [15]. Окрему групу становлять моделі, що враховують ускладнені умови експлуатації. Це багаторівнева модель на основі показника експлуатаційного запасу [16], резервовані системи із залежними відмовами та змінними інтенсивностями відновлення [17] і системи із загальними причинами відмов [18]. Розглянуто також готовність багатокомпонентних систем із гарячим резервом [19] та планове використання елементів резерву з обмеженими ресурсами [20].

Для задачі цього дослідження наявні моделі мають суттєві обмеження. Марківський опис [6, 7] вимагає експоненційності й не масштабується на велику систему через "прокляття розмірності". Чисті методи укрупнення [10, 14, 15] розроблені для однорідних або абстрактних систем масового обслуговування, без прив'язки до конкретної функціональної структури СЗ військового призначення. Моделі спільного резерву на основі ланцюгів Маркова [16] орієнтовані на пул запасних елементів без структурної ієрархії між обслуговуваними системами.

Із цього зіставлення випливає конкретна прогалина. Дискретно-подієві та мережеві методи (DFT, BN, SPN, DES) дають потрібну структурну гнучкість, але їхня числова природа означає повторний прогін симуляції чи розв'язання при кожній зміні конфігурації резерву. Це неприйнятно з огляду на вимогу оперативного перерахунку. Натомість чисті методи укрупнення [10, 14, 15] не здатні відобразити передумовну залежність між різнорідними підсистемами зв'язку. Моделі спільного резерву на основі ланцюгів Маркова [16] розв'язують саме задачу резервування, але ціною відмови від структурної ієрархії, якої потребує багаторівнева система зв'язку. Жоден із трьох напрямів не поєднує аналітичну форму, структурну ієрархію та явний облік спільного резерву одночасно, і саме на цьому перетині знаходиться задача даного дослідження.

Саме тому в статті обґрунтовано обрано фазове й послідовне укрупнення станів як метод, що поєднує прийнятну точність з аналітичною формою розв'язку.

Особливість СЗ Збройних Сил України, яка визначила вибір саме такої структури моделі, полягає в трьох рисах, нетипових для цивільних електронних комунікаційних систем і мереж. По-перше, це ієрархія залежностей її підсистем замість рівноправної мережевої топології, оскільки управління та технічне забезпечення є обов'язковою передумовою для решти підсистем, а не одним із рівноцінних сегментів. По-друге, розгалуження системи на ЕКС та МФПЗ веде до самостійних, а не взаємозамінних функцій, що в комерційних мережах, як

правило, не потребує окремого структурного виходу. По-третє, військова експлуатаційна практика вимагає не бінарної, а трирівневої оцінки готовності, оскільки часткова втрата функціональності є самостійною експлуатаційною категорією, а не просто відмовою.

Наукова новизна цього дослідження полягає в трьох конкретних положеннях. З теорії надійності безпосередньо запозичено математичний апарат напівмарківських процесів, перетворення Лапласа та біноміальної моделі "*m* з *n*". Методи фазового та послідовного укрупнення станів [10, 14] адаптовано до конкретної функціональної структури СЗ військового призначення.

Для трьох самостійних функціональних виходів системи було отримано точні, а не наближені формули готовності. Вони враховують спільну структурну залежність підсистем між собою. Резерв сил і засобів та власний пришвидшувальний ефект СТЗ подано через ефективну інтенсивність відновлення $\mu_{eff}=\mu+\nu+\nu_{\text{СТЗ}}$, що не збільшує розмірності моделі. Готовність багатофункціональної системи в цілому оцінено узагальненим скалярним показником, побудованим як середнє арифметичне готовності трьох виходів, із нормативними пороговими значеннями для трирівневої класифікації: готова, обмежено готова та не готова. Водночас, запропонована модель відрізняється від стандартної послідовної системи з *k-out-of-n* підсистемами тим, що охоплює перехідний режим, неекспоненційні розподіли та спільні елементи між різними підсистемами.

Порівняння із стандартною моделлю *k-out-of-n*. Для стаціонарного експоненційного випадку укрупнення дійсно дає той самий результат, що й прямий біноміальний розрахунок k-out-of-n. Проте запропонований апарат дає результат, відмінний порівняно з *k-out-of-n* моделлю, у трьох випадках:

у перехідному режимі стандартна *k-out-of-n* формула визначена лише для стаціонарного стану й не дає значення імовірності справності в довільний момент часу від початку відліку;

для неекспоненційних розподілів часу до відмови *k-out-of-n* модель за визначенням припускає експоненційність;

для структурних залежностей між підсистемами *k-out-of-n* модель описує лише одну підсистему з однорідними резервними елементами тобто вона не має механізму для спільних елементів між кількома різними підсистемами.

Методологія дослідження

Виходячи із сформованої мети, для адаптації аналітичних методів побудови моделей надійності резервованих систем до СЗ Збройних Сил України необхідно:

виконати декомпозицію СЗ як резервованої системи;

побудувати напівмарківську модель підсистеми;

застосувати методи фазового та послідовного укрупнення станів для зниження розмірності;

отримати розрахункові співвідношення для коефіцієнтів готовності та оперативної готовності з урахуванням резерву сил і засобів.

Об'єкт і предмет дослідження. Об'єктом дослідження є процес функціонування СЗ Збройних Сил України як багатофункціональної розгалуженої системи з резервуванням сил і засобів. Предметом дослідження є аналітичні методи й математичні співвідношення для кількісного оцінювання коефіцієнтів готовності трьох самостійних функціональних виходів та узагальненого показника готовності СЗ з урахуванням її функціональної ієрархії та резерву сил і засобів.

Декомпозиція СЗ як багатофункціональної системи. Систему зв'язку подано як сукупність восьми складових, визначених у [1], між якими виявлено ієрархію функціональних

залежностей, що утворює не єдину послідовну структуру, а три самостійні функціональні гілки з двома спільними початковими сегментами. Система технічного забезпечення зв'язку впливає на факт роботи усіх без винятку семи інших підсистем і водночас прискорює їхнє відновлення. Система управління зв'язком впливає на факт роботи СТП, ЕКС, ССпЗ, СЗІ, ЦОД та МФПЗ. Далі шлях розгалужується на дві гілки. Перша (СТП, ЦОД, ЕКС) продовжується до двох окремих виходів, ССпЗ і СЗІ, причому ЕКС впливає на факт роботи обох, а вони між собою не пов'язані. Друга гілка, МФПЗ, йде напряму від СУЗ і виконує самостійну задачу, доставку матеріальних носіїв інформації, яка не є заміною ЕКС. Основою СЗ вважається ЕКС, а МФПЗ не є резервом для неї, тому відмова МФПЗ не означає непрацездатність СЗ загалом, а лише втрату однієї з трьох функцій.

Три функціональні виходи СЗ відповідають трьом критичним функціям зв'язку. Перша функція, що реалізується через вихід ССпЗ, охоплює спеціальний зв'язок, тобто передавання повідомлень підвищеної важливості каналами системи спеціального зв'язку. Друга функція, реалізована через вихід СЗІ, забезпечує захист інформації та кібербезпеку, контролюючи цілісність і конфіденційність даних, що передаються мережами ЕКС. Третя, реалізована через вихід МФПЗ, охоплює фізичну доставку матеріальних носіїв інформації, в тому числі, і документів з обмеженим доступом, оскільки такі матеріали за самою природою не можуть передаватися жодним каналом зв'язку. Кожна з трьох функцій має власну готовність і власний критерій відмови, і разом вони становлять той набір критичних функцій, за яким визначається стан СЗ в цілому. Надалі, в роботі, структурний шлях від входу до кінцевої функції позначено терміном "гілка", а сама кінцева функція та її кількісна оцінка – терміном "функціональний вихід", причому кожній гілці відповідає рівно один вихід.

Кожна з восьми підсистем є резервованою групою однотипних засобів за схемою "m з n", де n позначає загальну кількість засобів підсистеми, а m задає мінімально потрібну для виконання завдання. Резерв сил і засобів зв'язку впливає на кожен елемент окремо, підвищуючи ефективну інтенсивність його відновлення, водночас СТЗ додатково прискорює відновлення кожної із семи залежних підсистем.

Коефіцієнт готовності кожного засобу обчислюють як $K=\mu_{eff}/(\lambda+\mu_{eff})$, де ν позначає інтенсивність заміщення зі спільного резерву сил і засобів. Величина $\nu_{\text{СТЗ}}$ відповідає інтенсивності прискорення відновлення, яку надає СТЗ кожній із семи залежних підсистем. Для самої СТЗ ефективна інтенсивність становить $\mu_{eff}=\mu_{\text{СТЗ}}+\nu$, без самоприскорення.

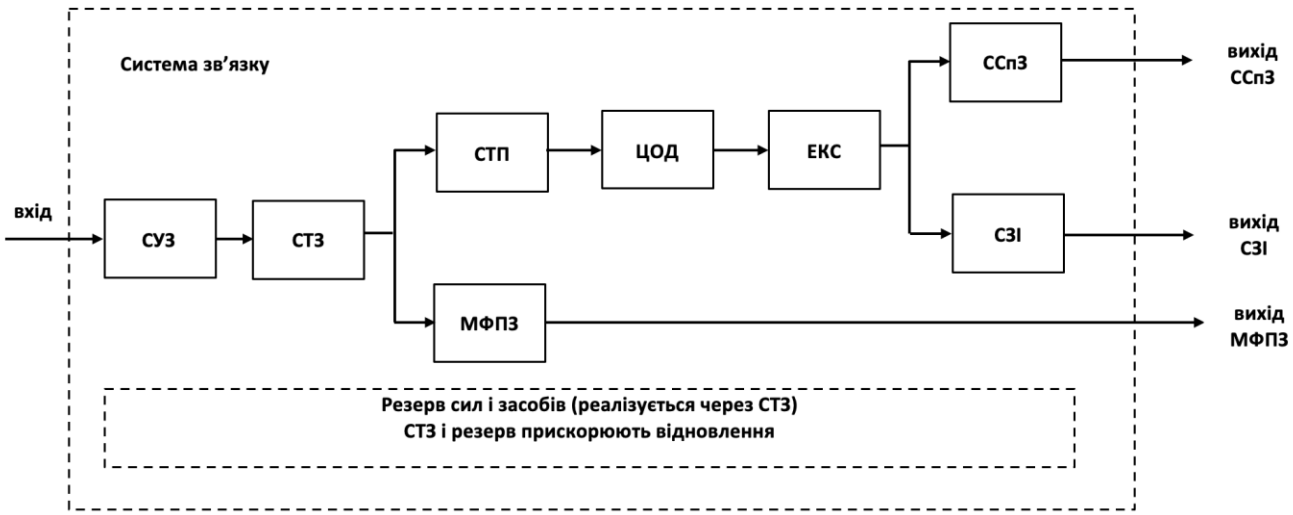


Рисунок 1. Структурна декомпозиція системи зв'язку
Джерело: розроблено автором.

Напівмарківська модель підсистеми. Функціонування підсистеми описано напівмарківським процесом, множину станів позначено E, а стани поділено на працездатні та непрацездатні. Поведінку процесу задає напівмарківське ядро:

$$Q_{ij}(t) = p_{ij}\, F_{ij}(t), \tag{1}$$

де $Q_{ij}(t)$ – напівмарківське ядро;
p_{ij} – імовірність переходу вкладеного ланцюга Маркова зі стану i у стан j;
$F_{ij}(t)$ – умовна функція розподілу часу перебування у стані i за умови наступного переходу в стан j.

Стаціонарний розподіл вкладеного ланцюга Маркова знаходять із системи рівнянь:

$$\pi_j = \sum_{i\in E} \pi_i\ p_{ij}, \qquad \sum_{i\in E} \pi_i = 1, \tag{2}$$

де π_i – стаціонарні ймовірності вкладеного ланцюга;
E – множина станів підсистеми.

Середній час перебування процесу у стані визначають як:

$$m_i = \int_0^\infty \left[1 - \sum_{j\in E} Q_{ij}\ (t)\right] dt, \tag{3}$$

де m_i – середній час перебування у стані i; інтеграл узято від доповнення сумарної функції розподілу часу виходу зі стану i.

Коефіцієнт готовності та імовірність безвідмовної роботи. Стаціонарний коефіцієнт готовності підсистеми виражають через стаціонарний розподіл і середні часи перебування:

$$K_{\text{г}} = \frac{\sum_{i\in E_{\text{р}}} \pi_i\, m_i}{\sum_{i\in E} \pi_i\, m_i}, \tag{4}$$

де $K_{\text{г}}$ – стаціонарний коефіцієнт готовності;
$E_{\text{р}}$ – підмножина працездатних станів;
E – повна множина станів.

Імовірність безвідмовної роботи зручно знаходити у перетвореннях Лапласа. Для часу до відмови з функцією розподілу $F(t)$ і щільністю $f(t)$ імовірність безвідмовної роботи дорівнює $P(t) = 1 - F(t)$, звідки:

$$P^*(s) = \int_0^\infty e^{-st}\, P(t)\, dt = \frac{1-f^*(s)}{s}, \tag{5}$$

де $P^*(s)$ – перетворення Лапласа імовірності безвідмовної роботи $P(t)$;
$f^*(s)$ – перетворення Лапласа щільності часу до відмови;
s – змінна перетворення Лапласа.

Зірочка позначає перетворення Лапласа, тоді як тильда далі позначає укрупнену величину.

Середнє напрацювання до відмови дістають граничним переходом:

$$T_0 = \int_0^\infty P\ (t)\, dt = \lim_{s\to 0} P^*(s), \tag{6}$$

де T_0 – середнє напрацювання до відмови.

Фазове укрупнення станів. Для багатокомпонентної підсистеми множина станів є дуже великою [11], тому її розбивають на класи укрупнення, кожен з яких об'єднує стани з близькою поведінкою. Стаціонарну імовірність укрупненого стану визначають як суму:

$$\hat{\pi}_k = \sum_{i\in E_k} \pi_i, \tag{7}$$

де $\hat{\pi}_k$ – стаціонарна імовірність укрупненого стану k;
E_k – клас станів, що утворюють укрупнений стан k.

Фізично укрупнений клас об’єднує усі мікростани підсистеми, що відрізняються лише деталями розподілу справних і несправних засобів, але дають однакову макроскопічну характеристику, а саме здатність підсистеми виконувати функцію зв’язку. Надалі кожну підсистему описано лише двома укрупненими станами незалежно від n.

Укрупнені інтенсивності переходів між класами обчислюють усередненням:

$$\hat{\lambda}_{kl} = \frac{1}{\hat{\pi}_k} \sum_{i \in E_k} \sum_{j \in E_l} \pi_i \ \lambda_{ij}, \tag{8}$$

де $\hat{\lambda}_{kl}$ – укрупнена інтенсивність переходу з класу k у клас l;
λ_{ij} – інтенсивності переходів вихідного процесу.

Усереднення в (8) виконується за стаціонарним розподілом мікростанів усередині класу k. Тобто укрупнена інтенсивність відображає не миттєву, а типову швидкість переходу підсистеми з працездатного до непрацездатного класу, за умови що підсистема вже перебуває у стаціонарному режимі функціонування.

Стаціонарний режим укрупнена модель відтворює точно, що показано нижче. Для перехідного режиму похибка мала, якщо малий параметр відношення інтенсивностей:

$$P(\tau) = \tilde{P}(\tau) + O(\varepsilon), \quad \varepsilon = \frac{\lambda}{\mu} \ll 1, \tag{9}$$

де $\tilde{P}(\tau)$ – імовірність безвідмовної роботи укрупненої моделі;
ε – малий параметр;
λ – інтенсивність відмов;
μ – інтенсивність відновлення. Умова $\varepsilon \ll 1$ типова для систем зі швидким відновленням.

Змістовно ця умова означає, що засіб встигає відновитися значно швидше, ніж настає наступна відмова, тому мікроструктура процесу відновлення (конкретний розподіл часу відновлення) встигає до моменту переходу класу. З огляду на це, детальний опис мікростанів можна замінити їх стаціонарним усередненням без істотної втрати точності.

Побудова та перевірка укрупненої моделі. Резервована група з n однотипних засобів утворює процес народження та загибелі, стани якого нумерує кількість працездатних засобів. Ненульові елементи генератора визначаються співвідношеннями:

$$q_{i,\,i-1} = i\lambda, \quad q_{i,\,i+1} = (n-i)\mu_{eff}, \quad q_{i,i} = -\left(q_{i,i-1} + q_{i,i+1}\right). \tag{10}$$

де q_{ij} – елементи генератора процесу;
i – кількість працездатних засобів;
n – загальна кількість засобів підсистеми.

Укрупнення за правилом (7) об’єднує стани з числом працездатних засобів не менше m у клас “працездатна”, а решту у клас “непрацездатна”. Стаціонарна ймовірність укрупненого класу за означенням дорівнює сумі стаціонарних імовірностей його мікростанів, а укрупнені інтенсивності (8) є усередненням за тим самим стаціонарним розподілом. Через це для стаціонарного режиму збіг повної та укрупненої моделей точний за побудовою, незалежно від величини ε. Параметр $\varepsilon \ll 1$ потрібен не для стаціонарної, а лише для перехідної похибки, яка має порядок ε згідно з оцінкою (9).

Оскільки підсистеми незалежні, простір станів системи є декартовим добутком просторів станів підсистем, а генератор повної моделі становить кронекерову суму генераторів окремих підсистем:

$$Q = \oplus_{i=1}^{N} Q_i \tag{11}$$

Розмірність повної моделі дорівнює добутку (n+1) за всіма підсистемами і зростає за степеневим законом, тоді як укрупнення зводить кожну підсистему до двох станів. Саме це робить модель обчислюваною без втрати стаціонарної точності.

Строге обґрунтування оцінки (9) спирається на теорему про асимптотичне укрупнення станів збурених марковських процесів [9, 11, 13]. Теорема вимагає двох умов. Матриця інтенсивностей переходів між класами укрупнення має бути незбуреною, а інтенсивності переходів усередині кожного класу повинні мати порядок $1/\varepsilon$ відносно міжкласових. За цих умов перехідні ймовірності укрупненого процесу збігаються з відповідними ймовірностями вихідного процесу з точністю $O(\varepsilon)$ рівномірно за початковим розподілом, тоді як стаціонарний розподіл відтворюється точно. Для розглянутих підсистем умова виконується, оскільки інтенсивність відновлення кожного засобу на один-два порядки перевищує інтенсивність відмови, що відповідає типовому співвідношенню для засобів зв'язку з технічним обслуговуванням.

Послідовне укрупнення та оперативна готовність. Резервування підсистеми за схемою "m з n" дає коефіцієнт готовності:

$$K_{\text{г}}^{(m,n)} = \sum_{i=m}^{n} \binom{n}{i} K^i (1-K)^{n-i}, \tag{12}$$

де $K_{\text{г}}^{(m,n)}$ – коефіцієнт готовності резервованої підсистеми;
K – коефіцієнт готовності одного засобу;
m – мінімально потрібна кількість.

Біноміальна форма (12) відображає те, що відмова підсистеми настає лише тоді, коли кількість одночасно несправних засобів перевищує допустимий резерв $(n-m)$, між тим як збільшення n за фіксованого m знижує граничний приріст ефективності резервування. Застосовність цієї форми спирається на однотипність засобів усередині підсистеми, яка дає їм спільне значення K, оскільки різнотипність вимагала б підсумовування за всіма сполученнями.

Функціональна ієрархія розгортає систему в три самостійні гілки з двома спільними початковими сегментами. Резерв сил і засобів прискорює відновлення всіх восьми складових, а СТЗ є передумовою для семи інших підсистем, тоді як СУЗ потрібна для СТП, ЕКС, ССпЗ, СЗІ, ЦОД і МФПЗ. Далі гілка через СТП, ЦОД, ЕКС веде до двох окремих виходів (ССпЗ і СЗІ), у той час як гілка МФПЗ йде напряму від СУЗ, окремо. Готовність кожного виходу обчислюють за формулами:

$$K_{\text{ССпЗ,вих}} = K_{\text{СТЗ}} \cdot K_{\text{СУЗ}} \cdot K_{\text{СТП}} \cdot K_{\text{ЦОД}} \cdot K_{\text{ЕКС}} \cdot K_{\text{ССпЗ}}, \tag{13}$$

та аналогічно для гілки СЗІ і гілки МФПЗ:

$$K_{\text{СЗІ,вих}} = K_{\text{СТЗ}} \cdot K_{\text{СУЗ}} \cdot K_{\text{СТП}} \cdot K_{\text{ЦОД}} \cdot K_{\text{ЕКС}} \cdot K_{\text{СЗІ}}, \tag{14}$$

$$K_{\text{МФПЗ,вих}} = K_{\text{СТЗ}} \cdot K_{\text{СУЗ}} \cdot K_{\text{МФПЗ}}, \tag{15}$$

де $K_{\text{СТЗ}}$, $K_{\text{СУЗ}}$, $K_{\text{СТП}}$, $K_{\text{ЦОД}}$, $K_{\text{ЕКС}}$, $K_{\text{ССпЗ}}$, $K_{\text{СЗІ}}$, $K_{\text{МФПЗ}}$ – коефіцієнти готовності відповідних підсистем;

$K_{\text{ССпЗ,вих}}$, $K_{\text{СЗІ,вих}}$, $K_{\text{МФПЗ,вих}}$ – результуючі коефіцієнти готовності трьох функціональних виходів системи.

Відмова кожної з трьох гілок окремо не означає повну непрацездатність СЗ, тому готовність СЗ в цілому визначають як середнє арифметичне готовності трьох гілок:

$$K_{\text{СЗ}} = \frac{K_{\text{ССпЗ,вих}} + K_{\text{СЗІ,вих}} + K_{\text{МФПЗ,вих}}}{3}. \tag{16}$$

Отриманий показник інтерпретують за трирівневою шкалою, у якій значення понад 0,85 відповідає стану "готова", діапазон від 0,5 до 0,85 стану "обмежено готова", а значення

нижче 0,5 стану “не готова”. Звідси випливають орієнтири 1 при трьох справних функціях, 0,67 при двох і 0,33 при одній, а пороги 0,85 і 0,5 лежать посередині між цими орієнтирами.

Запропоновані порогові значення мають умовний характер і використовуються для модельної класифікації готовності системи зв’язку. Їх застосування передбачає рівнозначність трьох функціональних виходів і потребує уточнення відповідно до експлуатаційних вимог та функціональної критичності окремих складових системи.

Співвідношення (12)–(16) разом із визначенням ефективної інтенсивності відновлення згортаються в єдиний замкнений вираз розрахункової моделі:

$$K_{\text{СЗ}} = \frac{1}{3}\sum_{j=1}^{3}\prod_{i\in B_j}\sum_{k=m_i}^{n_i}\binom{n_i}{k}K_i^k(1-K_i)^{n_i-k}, \tag{17}$$

де B_j позначає склад *j*-ї гілки, тобто перелік підсистем, від яких залежить відповідний функціональний вихід. Величина K_i дорівнює $\mu_{eff,i}$ поділеному на суму інтенсивностей відмови та відновлення того самого засобу, а m_i і n_i задають схему резервування *i*-ї підсистеми. Вираз (17) відтворює обчислені далі значення без будь-яких додаткових припущень і показує точні межі того, що дає модель.

Безрозмірна форма моделі. Вираз (17) допускає безрозмірне подання, оскільки готовність одного засобу залежить не від самих інтенсивностей, а лише від їх відношення, тобто $K_i = \frac{1}{1+\varepsilon_i}$, де ε_i дорівнює відношенню інтенсивності відмови до ефективної інтенсивності відновлення.

За малих значень ε_i непрацездатність підсистеми визначає кратність резервування $r_i = n_i - m_i + 1$, тобто число одночасних відмов, потрібних для її втрати:

$$1 - K_{\text{г}}(m_i, n_i) \approx \binom{n_i}{r_i}\varepsilon_i^{r_i}. \tag{18}$$

де r_i – кратність резервування, тобто число одночасних відмов, потрібних для втрати підсистеми, $r_i = n_i - m_i + 1$.

Підсумовування за гілками дає асимптотичну оцінку для системи в цілому:

$$1 - K_{\text{СЗ}} \approx \frac{1}{3}\sum_{j=1}^{3}\sum_{i\in B_j}\binom{n_i}{r_i}\varepsilon_i^{r_i}. \tag{19}$$

Практичне значення співвідношення (19) полягає в тому, що внесок підсистеми у втрату готовності визначає не сама інтенсивність відмов, а степінь ε_i з показником r_i. Кожна додаткова одиниця кратності резервування підвищує цей показник на одиницю і тим зменшує внесок підсистеми приблизно на порядок. Звідси випливає, що пріоритет резервування визначає кратність, а не абсолютна інтенсивність відмов. Звідси випливає кількісний критерій пріоритету резервування. Внесок *i*-ї підсистеми у втрату готовності системи дорівнює її непрацездатності, помноженій на частку виходів, які від неї залежать:

$$\Delta_i = \frac{k_i}{M}\binom{n_i}{r_i}\varepsilon_i^{r_i}, \tag{20}$$

де k_i позначає кількість функціональних виходів, до складу гілок яких входить підсистема, а M загальне число виходів системи. Ранжування підсистем за спаданням Δ_i задає порядок, у якому резерв дає найбільший приріст готовності. Критерій поєднує три чинники, а саме відносну інтенсивність відмов, кратність резервування та структурне положення підсистеми в ієрархії.

Крім того, $K_{\text{СЗ}}$ становить спрощений діагностичний індекс, а не характеристику конкретного стану системи. Як очікувана частка працездатних виходів він точний за будь-якої залежності між ними, проте три виходи статистично залежні, маючи спільні сегменти СТЗ–СУЗ і частково СТП–ЦОД–ЕКС. Відмова спільного сегмента одночасно знижує готовність двох або трьох гілок, а не однієї, тому розподіл числа працездатних виходів стає бімодальним і

відрізняється від того, який дало б усереднення трьох незалежних величин. Через це однакове значення $K_{\text{СЗ}}$ може відповідати різним фактичним конфігураціям відмов.

Оперативну готовність визначають для часу виконання завдання [5], і відповідний коефіцієнт поєднує готовність із безвідмовністю:

$$K_{\text{ог}}(\tau) = K_{\text{г}}\, P(\tau) = K_{\text{г}} \exp\left(-\int_0^{\tau} \Lambda\,(u)\, du\right), \qquad (21)$$

де $K_{\text{ог}}(\tau)$ – коефіцієнт оперативної готовності;
τ – час виконання завдання;
$P(\tau)$ – імовірність безвідмовної роботи протягом часу τ;
$\Lambda(u)$ – результуюча інтенсивність відмов системи.

Експоненційний вираз для $P(\tau)$ у (21) відповідає марківському окремому випадку, але у загальному напівмарківському випадку $P(\tau)$ визначають через перетворення Лапласа за співвідношенням (5).

Результати дослідження

Структура розрахунку. Систему зв'язку утворюють вісім функціональних підсистем у функціональній ієрархії, описаній вище. Кожна з них є резервованою групою однотипних засобів за схемою "m з n", а засоби відмовляють і відновлюються незалежно з інтенсивностями λ і μ. Основні позначення моделі зведено в таблиці 1.

Таблиця 1. Основні позначення моделі

№ з/п	Позначення	Зміст
1.	λ_i	інтенсивність відмови одного засобу і-ї підсистеми
2.	μ_i	інтенсивність його відновлення власними силами
3.	ν	інтенсивність заміщення зі спільного резерву сил і засобів
4.	$\nu_{\text{СТЗ}}$	інтенсивність прискорення відновлення, яку надає СТЗ
5.	$\mu_{eff,i}$	ефективна інтенсивність відновлення, $\mu_{eff,i} = \mu_i + \nu + \nu_{\text{СТЗ}}$
6.	ε_i	малий параметр відношення інтенсивностей, $\varepsilon_i = \lambda_i/\mu_{eff,i}$
7.	n_i	загальна кількість засобів і-ї підсистеми
8.	m_i	мінімально потрібна кількість засобів для виконання функції
9.	r_i	кратність резервування, $r_i = n_i - m_i + 1$
10.	B_j	склад j-ї гілки, тобто перелік підсистем відповідного виходу
11.	k_i	кількість функціональних виходів, залежних від і-ї підсистеми

Джерело: розраховано автором.

Співвідношення нижче не спираються на конкретні значення інтенсивностей, а виражають готовність через безрозмірні параметри та схеми резервування підсистем. Перехід до конкретної системи потребує лише підстановки статистично оцінених λ і μ.

За незалежних засобів стаціонарний розподіл числа працездатних засобів підсистеми є біноміальним:

$$\pi_i = \binom{n}{i} K^{\,i} (1-K)^{\,n-i}, \qquad K = \frac{\mu_{eff}}{\lambda + \mu_{eff}}, \qquad (22)$$

де π_i – імовірність стану з і працездатними засобами;
K – коефіцієнт готовності одного засобу, визначений через ефективну інтенсивність відновлення відповідно до таблиці 1.

Фазове укрупнення об'єднує стани кожної підсистеми у два класи, а саме "працездатна" (працездатних засобів не менше m) та "непрацездатна" (менше m). Стаціонарна імовірність класу "працездатна" дорівнює груповому коефіцієнту готовності і збігається з виразом (12).

Розгалужене укрупнення (з урахуванням ієрархії СТЗ–СУЗ–СТП–ЦОД–ЕКС) згортає вісім підсистем у три результуючі функціональні виходи за виразами (13)–(15) та узагальнений показник за виразом (16). Зниження розмірності наведено у таблиці 2.

Таблиця 2. Каскад зниження розмірності моделі

№ з/п	Етап моделювання	Кількість станів
1.	Повна марківська модель	$\prod_{i=1}^{N}(n_i+1)$
2.	Фазове укрупнення підсистем	2^N
3.	Укрупнення за функціональними виходами	2^M
4.	Класифікація стану системи	$M+1$

Джерело: розраховано автором.

Зниження розмірності виконано в три етапи, які за своєю математичною природою розпадаються на два принципово різних види. Перший етап зводить кожну підсистему до двох укрупнених станів і становить власне укрупнення в статистичному сенсі, оскільки спирається на умову малості параметра ε та є асимптотично, а не точно, коректним. Другий і третій етапи, навпаки, не є укрупненням у статистичному сенсі й не вносять жодної додаткової похибки. Кожен функціональний вихід становить детерміновану функцію уже укрупнених бінарних станів підсистем за формулами (13)–(15), а трирівнева класифікація зводиться до точного підрахунку кількості відмовлених виходів. Отже, єдиним джерелом наближення в усьому каскаді залишається перший крок, зважаючи на те, що подальше згортання є точною комбінаторною класифікацією поверх уже укрупненого результату. Резерв сил і засобів та власний пришвидшувальний ефект СТЗ ураховано не як окремі стани, а через ефективну інтенсивність відновлення кожного засобу, тому вони надають альтернативний шлях відновлення, не впливаючи на розмірність моделі.

Резерв сил і засобів та власний пришвидшувальний ефект СТЗ підвищують ефективну інтенсивність відновлення μ_{eff} кожного залежного засобу, а отже й узагальнений показник готовності системи. Розгалужена функціональна ієрархія з трьома самостійними виходами дає завершену аналітичну оцінку готовності, придатну для обґрунтування структури резервування.

Чутливість результату до вхідних параметрів. Оскільки готовність залежить від інтенсивностей лише через безрозмірний параметр ε_i, чутливість результату визначає саме цей параметр, а не окремі значення λ та μ. Відповідно до (18), відносна зміна непрацездатності є добутком кратності резервування r_i на відносну зміну ε_i, що дає оцінку чутливості без довірчих інтервалів.

Напівмарківська модель та її застосування до системи в цілому. Незалежність процесів функціонування окремих підсистем не означає, що їхній спільний процес, описаний лише поточними станами, обов'язково є напівмарківським. Для неекспоненційних розподілів час наступного переходу може залежати від тривалості перебування кожної підсистеми в поточному стані. Тому тензорний добуток напівмарківських ядер окремих підсистем не можна без додаткових умов розглядати як напівмарківське ядро всієї системи.

За умови незалежності відмов підсистем і визначених початкових умов імовірність безвідмовної роботи функціональної гілки протягом часу t обчислюють за формулою:

$$R_B(t) = \prod_{i \in B} R_i(t) \qquad (23)$$

де $R_B(t)$ – імовірність безвідмовної роботи функціональної гілки протягом часу t;
B – множина підсистем, необхідних для функціонування відповідного виходу;
$R_i(t)$ – імовірність безвідмовної роботи *i*-ї підсистеми протягом часу t за однаково визначених початкових умов;
t – тривалість виконання завдання.

Формула (23) застосовується за умови, що функціональна гілка працює лише за одночасної працездатності всіх підсистем, які входять до її складу, а події їхньої безвідмовної роботи є незалежними.

Для визначення ймовірності безвідмовної роботи окремої підсистеми використовують функцію розподілу часу до відмови:

$$R_i(t) = 1 - F_i(t) \tag{24}$$

де $R_i(t)$ – імовірність безвідмовної роботи *i*-ї підсистеми протягом часу t;
$F_i(t)$ – функція розподілу часу до першої відмови *i*-ї підсистеми;

Якщо на початку спостереження підсистема вже перебувала у працездатному стані протягом часу a, імовірність її подальшої безвідмовної роботи протягом часу t визначають за умовним співвідношенням, що уточнює формулу (24):

$$R_i(t|\alpha) = \frac{1 - F_i(\alpha + t)}{1 - F_i(\alpha)}, \quad F_i(\alpha) < 1.$$

де a – тривалість безвідмовної роботи підсистеми до початку спостереження;
$R_i(t|\alpha)$ – умовна ймовірність її безвідмовної роботи протягом наступного інтервалу часу t;
$F_i(t)$ функція розподілу часу до першої відмови *i*-ї підсистеми.

Наведене співвідношення є уточненням формули (24) для випадку ненульового початкового напрацювання підсистеми та не потребує окремої нумерації.

Цей вираз враховує вплив попереднього часу роботи на ймовірність подальшого безвідмовного функціонування.

Коефіцієнт оперативної готовності функціональної гілки визначають як імовірність того, що всі необхідні підсистеми працездатні на початку виконання завдання та зберігатимуть працездатність протягом часу t.

Коефіцієнт оперативної готовності функціональної гілки визначають як імовірність того, що всі необхідні підсистеми працездатні на початку виконання завдання та зберігатимуть працездатність протягом часу \(t\). За умови незалежності відповідних процесів і врахування залишкового часу до відмови цей коефіцієнт обчислюють за формулою (25):

$$K_{or,B}(t) = \prod_{i \in B} \left[K_{r,i} R_{i,\text{зал}}(t) \right] \tag{25}$$

де $K_{or,B}(t)$ – коефіцієнт оперативної готовності функціональної гілки B протягом часу t;
$K_{r,i}$ – стаціонарний коефіцієнт готовності *i*-ї підсистеми;
$R_{i,\text{зал}}(t)$ – умовна ймовірність безвідмовної роботи *i*-ї підсистеми протягом часу t, якщо вона працездатна у випадково вибраний момент стаціонарного режиму;
B – множина підсистем відповідної функціональної гілки.

На відміну від формули (24), величина $R_{i,\text{зал}}(t)$ враховує залишковий час до відмови підсистеми, яка вже перебуває в експлуатації.

Таким чином, формули (23)–(25) дозволяють визначати показники безвідмовності та оперативної готовності функціональних гілок системи зв’язку за умови незалежності відповідних процесів. Водночас вони не є повним напівмарківським ядром усієї системи.

За наявності залежних відмов або обмежених спільних ресурсів відновлення необхідне застосування розширеної математичної моделі, що враховує додаткові змінні стану.

Числове порівняння повної та укрупненої напівмарківських моделей у цьому дослідженні не виконувалося.

Обговорення

Обмеження моделі. Отримані результати спираються на низку припущень, які варто враховувати при практичному застосуванні.

По-перше, відмови засобів у межах кожної підсистеми прийнято незалежними, а кореляція відмов, зокрема через ураження кількох засобів одночасно, у моделі не врахована.

По-друге, загальна напівмарківська модель не вимагає експоненційності, на відміну від марківського окремого випадку, але потребує функції розподілу часу перебування у станах, яка на практиці рідко відома.

По-третє, збіг повної та укрупненої моделей доведено аналітично для стаціонарного режиму, тоді як перехідна похибка оцінена лише за порядком величини згідно з (9). Пряме зіставлення повної матриці системи з її укрупненим результатом не виконувалося, оскільки обчислювальна складність такого зіставлення зростає за степеневим законом. Коректність переходу на рівень системи спирається на незалежність підсистем, а не на пряму числову перевірку.

Нарешті, СТЗ, СУЗ і СТП змодельовано як окремі мультиплікативні вузли топології нарівні з ЕКС, ЦОД, ССпЗ, СЗІ і МФПЗ, кожен зі своєю резервованою групою засобів “m з n”. Це спрощення реального технічного забезпечення, керування й підтримки, які на практиці можуть мати додаткові внутрішні взаємозв’язки, наприклад спільний персонал СТЗ і СТП, не враховані в моделі.

Також резерв сил і засобів змодельовано через ефективну інтенсивність відновлення, а не через явний стан пулу запасних елементів (як у моделях spare-parts pool) чи довжину черги на спільного ремонтника (як у моделях shared repair facility). Це спрощення не враховує ефекти виснаження пулу чи очікування в черзі. Такі ефекти можуть бути суттєвими за високого навантаження на резерв, наприклад за одночасної відмови кількох засобів різних підсистем. Детальніше моделювання цього процесу є напрямом подальшого уточнення.

Порівняння сценаріїв резервування. Окрім вибору схеми для окремої підсистеми, практичний інтерес становить порівняння різних варіантів функціонування СЗ, включно з ілюстрацією трирівневої класифікації готовності, для чого розглянуто чотири сценарії:

базова схема резервування;

кожна підсистема отримує один додатковий резервний засіб понад базову схему за незмінної вимоги m_i;

відмова виходу МФПЗ (дві з трьох функцій продовжують працювати);

відмова ЕКС (виходи ССпЗ і СЗІ одночасно відмовляють, працює лише МФПЗ).

Результат кожного сценарію дає загальний вираз, у якому S позначає множину відмовлених функціональних виходів:

$$K_{\text{СЗ}}(S) = \frac{1}{M}\sum_{j\notin S} K_{\text{вих},\,j}. \tag{26}$$

Базова схема відповідає порожній множині S, і вираз (26) переходить у (16). Відмова окремої підсистеми і виводить із ладу всі виходи, до складу гілок яких вона входить, тобто множина S збігається з k_i. Якщо готовність справних виходів близька за величиною, результат набуває вигляду:

$$K_{\text{СЗ}}^{(i)} \approx \frac{M-k_i}{M}\,\overline{K}_{\text{вих}}. \tag{27}$$

Звідси видно подвійну роль величини k_i. Вона визначає не лише пріоритет резервування за виразом (20), а й глибину деградації при повній відмові підсистеми, оскільки система втрачає рівно стільки виходів, у скількох гілках ця підсистема присутня. Підсистеми з максимальним k_i одночасно є найкориснішими для резервування і найнебезпечнішими при відмові.

Сценарій з додатковим резервним засобом у кожній підсистемі змінює кратність резервування з r_i на r_i+1, тому непрацездатність підсистеми зменшується у відношенні:

$$\frac{q_i^+}{q_i} \approx \frac{\binom{n_i+1}{r_i+1}}{\binom{n_i}{r_i}} \varepsilon_i. \tag{28}$$

Оскільки $\varepsilon_i \ll 1$, кожен додатковий резервний засіб знижує непрацездатність приблизно на порядок. Водночас вираз (27) показує, що втрата будь-якого виходу знижує узагальнений показник на фіксовану частку, яка не залежить від глибини резервування. Тому нарощування резерву в уже справних підсистемах дає менший ефект, ніж збереження структурної повноти всіх функціональних виходів.

Вибір схеми резервування. Перехід від одиничного засобу до резервованої групи підвищує готовність підсистеми стрибкоподібно, оскільки кратність резервування зростає з одиниці до двох, а непрацездатність змінює порядок малості. Подальше нарощування загальної кількості засобів за фіксованої вимоги збільшує кратність на одиницю за кожен доданий засіб.

Точніше, критерій (31) можна застосовувати як евристичний показник структурно зваженої критичності. Для обґрунтування наступного резервного засобу слід порівнювати граничні прирости узагальненої готовності для всіх кандидатних підсистем за однакових вихідних умов; за різної вартості — прирости на одиницю ресурсу. Твердження про універсальний порядок оптимального резервування лише за критерієм (31) без такої перевірки не випливає з наведених співвідношень.

Щоб порівняти схеми за співвідношенням приросту готовності та необхідної кількості засобів, вводять критерій ефективності, у якому знаменник позначає приріст кількості засобів понад функціональний мінімум, тобто саме резервну, а не загальну кількість:

$$E_i = \frac{\Delta K_{\Gamma,i}}{\Delta(n_i - m_i)}. \tag{29}$$

Оскільки додавання одного засобу збільшує знаменник на одиницю, а непрацездатність зменшується у відношенні (28), критерій набуває асимптотичного вигляду, що збігається з самою непрацездатністю підсистеми:

$$E_i \approx \binom{n_i}{r_i} \varepsilon_i^{r_i}. \tag{30}$$

Звідси випливає, що ефективність кожного наступного резервного засобу падає приблизно у стільки разів, у скільки малий параметр менший за одиницю. Порівняння з виразом (20) показує, що пріоритет резервування є цим самим критерієм, зваженим на структурне положення підсистеми в ієрархії, тобто:

$$\Delta_i = \frac{k_i}{M} E_i. \tag{31}$$

Критерій E_i спирається на кількість засобів як проксі-показник ресурсу і не враховує вартість обладнання, чисельність персоналу, потребу в каналах і частотному ресурсі, логістичні обмеження та час розгортання. Ці складові ресурсної вартості потребують окремого оцінювання, для якого запропонована модель дає лише частину, яка показує готовність системи.

Наведена вище модель припускає незалежність відмов засобів, і для СЗ військового призначення це припущення послаблюється спільною залежністю від СТЗ, СУЗ, СТП і ЦОД, врахованою структурно у формулах (13)–(15). Інтенсивність λ охоплює відмови будь-якого походження, включно з наслідками вогневого ураження, радіоелектронного подавлення та кібератак. Модель не враховує саме одночасності таких відмов, коли одна подія уражає кілька формально незалежних засобів. Вогневий удар по пункту управління здатен вивести з ладу МФПЗ разом з ССпЗ, попри різну фізичну природу цих ланок [18]. Питання стійкості багатошарових мереж зв'язку до таких кореляцій розглянуто в [21].

Щоб оцінити чутливість результату до цього чинника, введено найпростішу поправку на спільну причину. Із імовірністю Q_{ssf} відбувається подія, яка виводить із ладу систему в цілому незалежно від стану окремих підсистем, і тоді готовність дорівнює $K_{\text{c,adj}} = K_{\text{СЗ}}\left(1 - Q_{ssf}\right)$. Непрацездатність при цьому розкладається на два доданки, а саме $1 - K_{\text{c,adj}} \approx q + Q_{ssf}$, де q позначає непрацездатність від незалежних відмов. Перший доданок має порядок ε_i у степені кратності резервування, тоді як другий входить безпосередньо. Тому спільна причина стає визначальною вже при $Q_{ssf} > q$, і за умов активної протидії виграш від резервування може повністю нівелюватися навіть за малої ймовірності корельованого ураження.

Практичне застосування результатів. Отримані співвідношення дають аналітичну основу для трьох практичних рішень при експлуатаційно-технічному обслуговуванні СЗ. Вони визначають властивості моделі й стають кількісними орієнтирами лише після підстановки статистично оцінених інтенсивностей відмов і відновлення.

По-перше, модель вказує на доцільність пріоритетного резервування підсистем із найбільшим внеском у втрату готовності. Відповідно до (20), цей внесок є добутком непрацездатності підсистеми на частку залежних від неї виходів. Максимальну частку мають СТЗ і СУЗ, присутні в усіх трьох гілках, далі йдуть СТП, ЦОД і ЕКС із двома виходами, тоді як ССпЗ, СЗІ та МФПЗ впливають кожна на один вихід. За рівної непрацездатності пріоритет визначає саме це структурне положення, а ті самі СТЗ і СУЗ за виразом (27) спричиняють найглибшу деградацію при власній відмові.

Висновки

В ході дослідження було декомпоновано систему зв'язку на вісім функціональних підсистем, які утворюють ієрархію з трьома самостійними виходами. Резерв сил і засобів уведено в модель не окремими станами, а через ефективну інтенсивність відновлення μ_{eff}, що не збільшує її розмірності. Функціонування кожної підсистеми описано напівмарківським процесом через його ядро, стаціонарний розподіл вкладеного ланцюга Маркова та середні часи перебування у станах, дозволили отримати коефіцієнт готовності підсистеми, а перетворення Лапласа – імовірність безвідмовної роботи.

З'ясовано, що методи фазового та послідовного укрупнення станів дозволяють подолати "прокляття розмірності", зводячи повну марківську модель до двох станів на підсистему, далі до комбінацій станів функціональних виходів і трирівневої класифікації системи. Отримано формулу результуючої готовності системи, яка враховує спільну залежність кількох підсистем від передумовних елементів без подвійного обліку.

Запропонована модель призначена для обґрунтування структури резервування багатофункціональної системи зв'язку. Її суть полягає у послідовному згортанні системи від окремого засобу до трьох функціональних виходів і узагальненого показника готовності. Особливість моделі в тому, що вона поєднує три властивості, які в розглянутих джерелах трапляються лише окремо. Це замкнена аналітична форма, структурна ієрархія передумовних залежностей та явний облік спільного резерву сил і засобів.

Отримані співвідношення дозволяють обґрунтувати різні структури резервування й способи технічного забезпечення під час планування та експлуатаційно-технічного обслуговування СЗ.

Перспективним напрямом подальших досліджень є оптимізація структурного резервування СЗ.

Фінансування

Це дослідження не отримало конкретної фінансової підтримки.

Конкуруючі інтереси

Автор заявляє, що у них немає конкуруючих інтересів.

Використання штучного інтелекту

Під час підготовки статті автором було використано інструменти штучного інтелекту (Claude, Anthropic), як допоміжний засіб, з метою покращення лінгвістичної якості тексту, пошуку джерел за тематикою дослідження та лінгвістичної корекції англомовної анотації. Автор підтверджує повну перевірку інформації, запропонованої інструментами штучного інтелекту, яка не вплинула на наукову новизну, достовірність та цілісність результатів дослідження.

Список використаних джерел

1. Настанова зі зв’язку Збройних Сил України. Київ : Генеральний штаб Збройних Сил України, 2025. 256 с.
2. Kumar G., Jain V., Gandhi O. P. Steady-state availability analysis of repairable mechanical systems with opportunistic maintenance by using semi-Markov process. *International Journal of System Assurance Engineering and Management.* 2014. Vol. 5, No. 4. P. 664–678. DOI: https://doi.org/10.1007/s13198-014-0231-8.
3. Gnedenko B. V., Belyayev Yu. K., Solovyev A. D. Mathematical methods of reliability theory. New York : Academic Press, 1969. 506 p.
4. Barlow R. E., Proschan F. Statistical theory of reliability and life testing: probability models. New York : Holt, Rinehart and Winston, 1975. 290 p.
5. Креденцер Б. П., Буточнов О. М., Міночкін А. І., Могилевич Д. І. Надійність систем з надлишковістю: методи, моделі, оптимізація / за наук. ред. Б. П. Креденцера. Київ : Фенікс, 2013. 342 с.
6. Bai L., Teng W., Song D., Duan Q., Wang X. Reliability evaluation of systems with performance sharing mechanism under semi-Markov process. *Quality and Reliability Engineering International.* 2025. DOI: https://doi.org/10.1002/qre.70085.
7. Reinschke K. Zuverlässigkeit von Systemen, Band I: Systeme mit endlich vielen Zuständen. Berlin: VEB Verlag Technik, 1973.
8. Silvestrov D., Manca R. Reward algorithms for semi-Markov processes. *Methodology and Computing in Applied Probability.* 2018. DOI: https://doi.org/10.1007/s11009-017-9559-2.
9. Silvestrov D., Silvestrov S. Asymptotic expansions for stationary distributions of nonlinearly perturbed semi-Markov processes. Cham : Springer, 2017. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-60988-1_4.
10. Anisimov V. V. Asymptotic aggregation of state space. *Switching Processes in Queueing Models.* Hoboken : Wiley, 2008. Ch. 8. DOI: https://doi.org/10.1002/9780470611340.ch8.

11. Duan Y., Wang M., Wen Z., Yuan Y. Adaptive low-nonnegative-rank approximation for state aggregation of Markov chains. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications.* 2020. Vol. 41, No. 1. P. 244–278. DOI: https://doi.org/10.1137/18M1220790.
12. Guo L., Wang Y., Yang Y., Li K. Availability modeling of two-component repairable systems subject to switch-off. *IEEE Access.* 2018. DOI: https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2806386.
13. Zhang P., Hu J., Wu W. Analysis of a semi-Markov cold standby system with two heterogeneous components considering multiple failure modes. *Axioms.* 2026. DOI: https://doi.org/10.3390/axioms15040251.
14. Корольюк В. С., Турбін А. Ф. Математичні основи укрупнення станів складних систем. Київ : Наукова думка, 1978. 218 с.
15. Oszczypała M., Konwerski J., Ziółkowski J., Małachowski J. Reliability analysis and redundancy optimization of k-out-of-n systems with random variable k using continuous time Markov chain and Monte Carlo simulation. Reliability Engineering & System Safety. 2024. Vol. 242. Art. 109780. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ress.2023.109780
16. Yang T., Chen Y., Wang Y., Guo Y. Performance margin and reliability modeling method for multi-level redundant system. Systems. 2026. Vol. 14, No. 1. Art. 117. DOI: https://doi.org/10.3390/systems14010117.
17. Gao S. Reliability analysis and optimization for a redundant system with dependent failures and variable repair rates. Mathematics and Computers in Simulation. 2023. Vol. 208. P. 637–659. DOI: https://doi.org/10.1016/j.matcom.2023.09.008.
18. Gao S., Wang J., Zhang J. Reliability analysis of a redundant series system with common cause failures and delayed vacation. Reliability Engineering and System Safety. 2023. Vol. 239. Art. 109467. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ress.2023.109467.
19. Guo L., Li R., Wang Y., Yang J., Liu Y., Chen Y., Zhang J. Availability for multi-component k-out-of-n: G warm-standby system in series with shut-off rule of suspended animation. Reliability Engineering and System Safety. 2023. Vol. 233. Art. 109106. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ress.2023.109106.
20. Levitin G., Xing L., Dai Y. Predetermined standby mode transfers in 1-out-of-N systems with resource-constrained elements. Reliability Engineering and System Safety. 2023. Vol. 229. Art. 108849. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ress.2022.108849.
21. Kuikka V., Rantanen H. Resilience of multi-layer communication networks. Sensors. 2023. Vol.23, No. 1. Art. 86. DOI: https://doi.org/10.3390/s23010086.

References

1. Manual on communications of the Armed Forces of Ukraine. Kyiv: General Staff of the Armed Forces of Ukraine, 2025. 256 p.
2. Kumar G., Jain V., Gandhi O. P. Steady-state availability analysis of repairable mechanical systems with opportunistic maintenance by using semi-Markov process. *International Journal of System Assurance Engineering and Management,* 2014. Vol. 5, No. 4. P. 664–678. DOI: https://doi.org/10.1007/s13198-014-0231-8.
3. Gnedenko, B. V., Belyayev, Yu. K., Solovyev, A. D. *Mathematical methods of reliability theory.* New York: Academic Press, 1969. 506 p.
4. Barlow, R., Proschan, F. *Statistical theory of reliability and life testing: probability models.* New York: Holt, Rinehart and Winston, 1975. 290 p.
5. Kredentser, B. P., Butochnov, O. M., Minochkin, A. I., Mohylevych, D. I. *Reliability of redundant systems: methods, models, optimization.* Ed. by B. P. Kredentser. Kyiv: Fenix, 2013. 342 p.
6. Bai L., Teng W., Song D., Duan Q., Wang X. Reliability evaluation of systems with performance sharing mechanism under semi-Markov process. *Quality and Reliability Engineering International,* 2025. DOI: https://doi.org/10.1002/qre.70085.

7. Reinschke, K. *Reliability of systems, Volume I: Systems with finitely many states* [Zuverlässigkeit von Systemen, Band I: Systeme mit endlich vielen Zuständen]. Berlin: VEB Verlag Technik, 1973.
8. Silvestrov D., Manca R. Reward algorithms for semi-Markov processes. *Methodology and Computing in Applied Probability,* 2018. DOI: https://doi.org/10.1007/s11009-017-9559-2.
9. Silvestrov D., Silvestrov S. Asymptotic expansions for stationary distributions of nonlinearly perturbed semi-Markov processes. Cham: Springer, 2017. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-60988-1_4.
10. Anisimov, V. V. Asymptotic aggregation of state space. *Switching Processes in Queueing Models.* Hoboken: Wiley, 2008. Ch. 8. DOI: https://doi.org/10.1002/9780470611340.ch8.
11. Duan Y., Wang M., Wen Z., Yuan Y. Adaptive low-nonnegative-rank approximation for state aggregation of Markov chains. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications,* 2020. Vol. 41, No. 1. P. 244–278. DOI: https://doi.org/10.1137/18M1220790.
12. Guo L., Wang Y., Yang Y., Li K. Availability modeling of two-component repairable systems subject to switch-off. *IEEE Access,* 2018. DOI: https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2806386.
13. Zhang P., Hu J., Wu W. Analysis of a semi-Markov cold standby system with two heterogeneous components considering multiple failure modes. *Axioms,* 2026. DOI: https://doi.org/10.3390/axioms15040251.
14. Korolyuk, V. S., Turbin, A. F. *Mathematical foundations of the state lumping of large systems.* Kyiv: Naukova Dumka, 1978. 218 p.
15. Oszczypała M., Konwerski J., Ziółkowski J., Małachowski J. Reliability analysis and redundancy optimization of k-out-of-n systems with random variable k using continuous time Markov chain and Monte Carlo simulation. Reliability Engineering & System Safety. 2024. Vol. 242. Art. 109780. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ress.2023.109780.
16. Yang T., Chen Y., Wang Y., Guo Y. Performance margin and reliability modeling method for multi-level redundant system. Systems. 2026. Vol. 14, No. 1. Art. 117. DOI: https://doi.org/10.3390/systems14010117.
17. Gao S. Reliability analysis and optimization for a redundant system with dependent failures and variable repair rates. Mathematics and Computers in Simulation. 2023. Vol. 208. P. 637–659. DOI: https://doi.org/10.1016/j.matcom.2023.09.008.
18. Gao S., Wang J., Zhang J. Reliability analysis of a redundant series system with common cause failures and delayed vacation. Reliability Engineering and System Safety. 2023. Vol. 239. Art. 109467. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ress.2023.109467.
19. Guo L., Li R., Wang Y., Yang J., Liu Y., Chen Y., Zhang J. Availability for multi-component k-out-of-n: G warm-standby system in series with shut-off rule of suspended animation. Reliability Engineering and System Safety. 2023. Vol. 233. Art. 109106. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ress.2023.109106.
20. Levitin G., Xing L., Dai Y. Predetermined standby mode transfers in 1-out-of-N systems with resource-constrained elements. Reliability Engineering and System Safety. 2023. Vol. 229. Art. 108849. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ress.2022.108849.
21. Kuikka V., Rantanen H. Resilience of multi-layer communication networks. Sensors. 2023. Vol.23, No. 1. Art. 86. DOI: https://doi.org/10.3390/s23010086.

This is an open access journal and all published articles are licensed under a Creative Commons «Attribution» 4.0.